

目录

① 第1节

② 第2节

③ 第3节



自测题第二章难点解答

1.原

题：设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$,

$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是线性方程组 $AX = b$ 的 个不同的

解, 则 (1) $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$; (2) $a_{21} + a_{22} + a_{23} =$



自测题第二章难点解答

1.原

题：设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$,

$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是线性方程组 $AX = b$ 的两个不同的

解，则 (1) $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$; (2) $a_{21} + a_{22} + a_{23} =$

解 (1) 1; (2) $\frac{4}{3}$.



自测题第二章难点解答

1.原

题：设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$,

$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是线性方程组 $AX = b$ 的两个不同的

解，则 (1) $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$; (2) $a_{21} + a_{22} + a_{23} =$

解 (1) 1; (2) $\frac{4}{3}$.

:



自测题第二章难点解答

1.原

题：设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$,

$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是线性方程组 $AX = b$ 的两个不同的

解, 则 (1) $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$; (2) $a_{21} + a$



自测题第二章难点解答

1.原

题：设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$,

$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是线 方程组 $AX = b$ 的 个不同的

解, 则 (1) $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$; (2) $a_{21} + a_{22} + a_{23} =$

解 (1) 1; (2) $\frac{4}{3}$.

：因为 $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是线 方程组 $AX = b$ 的

个不同的解, 所以,



自测题第二章难点解答

$$(1) \begin{cases} a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} = 3 \\ 5a_{11} + 4a_{12} + 3a_{13} = 3 \end{cases}$$



自测题第二章难点解答

$$(1) \begin{cases} a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} = 3 \\ 5a_{11} + 4a_{12} + 3a_{13} = 3 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1;$$



;



自测题第二章难点解答

$$\begin{aligned}
 (1) & \begin{cases} a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} = 3 \\ 5a_{11} + 4a_{12} + 3a_{13} = 3 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1; \\
 (2) & \begin{cases} a_{21} + 2a_{22} + 3a_{23} = 4 \\ 5a_{21} + 4a_{22} + 3a_{23} = 4 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = \frac{4}{3}.
 \end{aligned}$$



自测题第二章难点解答

$$(1) \begin{cases} a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} = 3 \\ 5a_{11} + 4a_{12} + 3a_{13} = 3 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1;$$

$$(2) \begin{cases} a_{21} + 2a_{22} + 3a_{23} = 4 \\ 5a_{21} + 4a_{22} + 3a_{23} = 4 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = \frac{4}{3}.$$

2. 原题：设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是线

方程组 $AX = b$ 的一个解, X_0^T 是 X_0 的转置, 则 $X_0^T A X_0 =$



;

$$) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = 4.$$



自测题第二章难点解答

$$(1) \begin{cases} a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} = 3 \\ 5a_{11} + 4a_{12} + 3a_{13} = 3 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1;$$

$$(2) \begin{cases} a_{21} + 2a_{22} + 3a_{23} = 4 \\ 5a_{21} + 4a_{22} + 3a_{23} = 4 \end{cases}) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = \frac{4}{3}.$$

2.原题： 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是线

方程组 $AX = b$ 的一个解, X_0^T 是 X_0 的转置, 则 $X_0^T AX_0 =$

解 2

:



自测题第二章难点解答

$$(1) \begin{cases} a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} = 3 \\ 5a_{11} + 4a_{12} + 3a_{13} = 3 \end{cases} \quad) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1;$$

$$(2) \begin{cases} a_{21} + 2a_{22} + 3a_{23} = 4 \\ 5a_{21} + 4a_{22} + 3a_{23} = 4 \end{cases} \quad) \quad a_{11} + a_{12} + a_{13} = \frac{4}{3}.$$

2.原题： 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是线

方程组 $AX = b$ 的一个解, X_0^T 是 X_0 的转置, 则 $X_0^T A X_0 =$

解 2

∵ 因为 $AX_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,



自测题第二章难点解答

$$\text{所以 } X_0^T A X_0 = X_0^T (A X_0) = (1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2.$$



自测题第二章难点解答

$$\text{所以 } X_0^T A X_0 = X_0^T (A X_0) = (1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2.$$

3.原题： 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ 是线性方程组}$$

$AX = b$ 的3个不同的解, 则方程组的系数矩阵 A 的元素 $a_{11} =$



自测题第二章难点解答

$$\text{所以 } X_0^T A X_0 = X_0^T (A X_0) = (1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2.$$

3.原题： 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ 是线性方程组}$$

$AX = b$ 的3个不同的解, 则方程组的系数矩阵 A 的元素 $a_{11} =$
解 1



自测题第二章难点解答

:



自测题第二章难点解答

∴ 因为 $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是线 方

程组 $AX = b$ 的3个不同的解, 所以



自测题第二章难点解答

∴ 因为 $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是线 方

程组 $AX = b$ 的3个不同的解, 所以 $\begin{cases} a_{11} + a_{12} = 1 \\ a_{12} + a_{13} = 1 \\ a_{13} = 1 \end{cases}$



$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1(12-9) - 1(6-3) + 1(3-1) = 3 - 3 + 2 = 2$$

1112

11



自测题第二章难点解



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.

解 (1) Y_1 和 Y_3 ; (2) Y_2 和 Y_4 .



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2) 一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.

解 (1) Y_1, Y_2, Y_3, Y_4



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.

解 (1) Y_1 和 Y_3 ; (2) Y_2 和 Y_4 .

: (1)因为 $Y_1 = 2X_1$, $Y_3 = X_1 + X_2$,



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.

解 (1) Y_1 和 Y_3 ; (2) Y_2 和 Y_4 .

∴ (1)因为 $Y_1 = 2X_1$, $Y_3 = X_1 + X_2$, 而 X_1, X_2 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 1$ 的解, 所以 $2X_1, X_1 + X_2$ 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解;



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.

解 (1) Y_1 和 Y_3 ; (2) Y_2 和 Y_4 .

: (1)因为 $Y_1 = 2X_1$, $Y_3 = X_1 + X_2$, 而 X_1, X_2 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 1$ 的解, 所以 $2X_1, X_1 + X_2$ 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解;

(2)因为 $Y_2 = X_1 - X_2$, $Y_4 = X_2 - X_1$,



自测题第二章难点解答

$$\text{记 } Y_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, Y_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

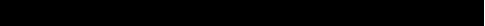
则(1)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解是; (2)一定是方程 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解是.

解 (1) Y_1 和 Y_3 ; (2) Y_2 和 Y_4 .

: (1)因为 $Y_1 = 2X_1$, $Y_3 = X_1 + X_2$, 而 X_1, X_2 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 1$ 的解, 所以 $2X_1, X_1 + X_2$ 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2$ 的解;

(2)因为 $Y_2 = X_1 - X_2$, $Y_4 = X_2 - X_1$, 而 X_1, X_2 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 1$ 的解, 所以 $X_1 - X_2, X_2 - X_1$ 是 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$ 的解;





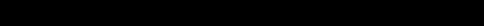
自测题第二章难点解答

5.原题：设线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}, \quad \text{增广矩}$$

阵对其实施高斯消元，化为阶梯 矩阵后，(1)其常数列出现了主元，则数 a 满足；(2)其主元个数为2，则数 a 满足.

解 (1) $a = 1$ ；(2) $a = 1$.





自测题第二章难点解答

5.原题：设线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}, \quad \text{增广矩}$$

阵对其实施高斯消元，化为阶梯 矩阵后，(1)其常数列出现了主元，则数 a 满足；(2)其主元个数为2，则数 a 满足.

解 (1) $a = 1$ ；(2) $a = 1$.

：方程组的增广矩阵 $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

5. 原题：设线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}, \quad \text{增广矩}$$

阵对其实施高斯消元，化为阶梯 矩阵后，(1)其常数列出现了主元，则数 a 满足；(2)其主元个数为2，则数 a 满足.

解 (1) $a = 1$ ；(2) $a = 1$.

：方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$

第1 (a)倍加到第2

!

第1 (1)倍加到第3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & a & 1 & a & 2 & a^2 \\ 0 & 0 & a & 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

5. 原题：设线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}, \quad \text{增广矩}$$

阵对其实施高斯消元，化为阶梯 矩阵后，(1)其常数列出现了主元，则数 a 满足；(2)其主元个数为2，则数 a 满足.

解 (1) $a = 1$ ；(2) $a = 1$.

：方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$

第1 (a)倍加到第2
!
第1 (1)倍加到第3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & a & 1 & a & 2 & a^2 \\ 0 & 0 & a & 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

常数列 主元，主元个数为2，都 $a = 1$ ，且此时方程组无

解.

自测题第二章难点解答

6. 原题： 线 方程组
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$
 无

解，则 $a =$ ； (2) 无穷多解，则 $a =$ ； (3) 无解，则 a 满足



自测题第二章难点解答

6. 原题： 线 方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (1) 无

解，则 $a =$ ； (2) 无穷多解，则 $a =$ ； (3) 无解，则 a 满足

解 (1) $a = 1$ ； (2) $a = 3$ ； (3) $a \neq 3$ 且 $a \neq 1$.



自测题第二章难点解答

6.原题： 线 方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (1)无

解, 则 $a =$; (2) 无穷多解, 则 $a =$; (3) 无解, 则 a 满足

解 (1) $a = 1$; (2) $a = 3$; (3) $a \neq 3$ 且 $a \neq 1$.

: 方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 & 3 \\ 1 & a & 2 & 0 \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

6.原题： 线 方程组
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$
 无

解, 则 $a =$; (2) 无穷多解, 则 $a =$; (3) 无解, 则 a 满足

解 (1) $a = 1$; (2) $a = 3$; (3) $a \neq 3$ 且 $a \neq 1$.

: 方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 & 3 \\ 1 & a & 2 & 0 \end{pmatrix}$

第1 (2)倍加到第2
!
第1 (1)倍加到第3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 0 & a & 2 & 3 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第2 (a-2)倍加到第3

!

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & (a-3)(a+1) & a-3 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第2行 $(a-2)$ 倍加到第3行

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & (a-3)(a+1) & a-3 \end{pmatrix}$$

(1) 无解，则常数项主元， $a = 1$;



自测题第二章难点解答

第2 (a-2)倍加到第3
!

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & (a-3)(a+1) & a-3 \end{pmatrix}$$

(1) 无解，则常数项主元， $a = 1$;

(2) 无穷多解，则主元个数 < 3 ，且常数项无主元，

$$a = 3;$$



自测题第二章难点解答

第2 (a-2)倍加到第3
!

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & (a-3)(a+1) & a-3 \end{pmatrix}$$

(1) 无解, 则常数项主元, $a = 1$;

(2) 无穷多解, 则主元个数 < 3 , 且常数项无主元,

$$a = 3;$$

(3) 唯一解, 常数项五主元且主元个数 $= 3$,

$$a \neq 3 \text{ 且 } a \neq 1.$$



自测题第二章难点解答

7.原题： 齐次线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 非零解, 则 a 满足; (2) 非零解, 则 a 满足;

(3) 通解 $\begin{cases} x_1 = (a+1)x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 则 a 满足.



自测题第二章难点解答

7.原题： 齐次线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 非零解, 则 a 满足; (2) 非零解, 则 a 满足;

(3) 通解 $\begin{cases} x_1 = (a+1)x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 则 a 满足.

解 (1) $a \neq 1$ 且 $a \neq 2$; (2) $a = 1$ 或者 $a = 2$; (3) $a = 2$.



自测题第二章难点解答

7.原题： 齐次线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 非零解, 则 a 满足; (2) 非零解, 则 a 满足;

(3) 通解 $\begin{cases} x_1 = (a+1)x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 则 a 满足.

解 (1) $a \neq 1$ 且 $a \neq 2$; (2) $a = 1$ 或者 $a = 2$; (3) $a = 2$.

:



自测题第二章难点解答

7. 原题：齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 非零解，则 a 满足； (2) 非零解，则 a 满足；

(3) 通解 $\begin{cases} x_1 = (a+1)x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ ，则 a 满足。

解 (1) $a \neq 1$ 且 $a \neq 2$; (2) $a = 1$ 或者 $a = 2$; (3) $a = 2$.

：方程组的系数矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

7. 原题：齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 非零解，则 a 满足； (2) 非零解，则 a 满足；

(3) 通解 $\begin{cases} x_1 = (a+1)x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ ，则 a 满足。

解 (1) $a \neq 1$ 且 $a \neq 2$; (2) $a = 1$ 或者 $a = 2$; (3) $a = 2$.

：方程组的系数矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$

第1 (1)倍加到第2

!

第1 (a)倍加到第3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & a & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & a & 1 & a^2 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第2 加到第3
!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & & a \\ 0 & a & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 2 & a & a^2 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第2 加到第3
!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & & a \\ 0 & a & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 2 & a & a^2 \end{pmatrix}$$

(1) 非零解, 主元个数 = 3, $a - 1 \neq 0$ 且 $2 - a - a^2 \neq 0$,
 $a \neq 1$ 且 $a \neq -2$;



自测题第二章难点解答

第2 加到第3
!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & & a \\ 0 & a & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 2 & a & a^2 \end{pmatrix}$$

(1) 非零解, 主元个数 = 3, $a - 1 \neq 0$ 且 $2 - a - a^2 \neq 0$,
 $a \neq 1$ 且 $a \neq -2$;

(2) 非零解, 主元个数 < 3 , $a - 1 = 0$ 且 $2 - a - a^2 = 0$,
 $a = 1$ 或者 $a = -2$;



自测题第二章难点解答

第2 加到第3
!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & & a \\ 0 & a & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 2 & a & a^2 \end{pmatrix}$$

(1) 非零解, 主元个数 = 3, $a - 1 \neq 0$ 且 $2 - a - a^2 \neq 0$,
 $a \neq 1$ 且 $a \neq -2$;

(2) 非零解, 主元个数 < 3, $a - 1 = 0$ 且 $2 - a - a^2 = 0$,
 $a = 1$ 或者 $a = -2$;

(3) 通解 $\begin{cases} x_1 = (a+1)x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 一个自 未知, 主元
 个数为2, 则 $a - 1 \neq 0$ 且 $2 - a - a^2 = 0$, $a = -2$.



自测题第二章难点解答

8.原题： 线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ & x_2 & x_3 & x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 & x_3 + 3x_4 = a \\ x_1 & x_2 + x_3 + 5x_4 = b \end{cases}$$

(1) 解, 则 a, b 满足; (2) 无解, 则 a, b 满足; (3) 解, 则
自 未知 的个数是.



自测题第二章难点解答

8.原题： 线 方程组

自测题第二章难点解答

8.原题： 线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ & x_2 & x_3 & x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 & x_3 + 3x_4 = a \\ x_1 & x_2 + x_3 + 5x_4 = b \end{cases}$$

(1) 解, 则 a, b 满足; (2) 无解, 则 a, b 满足; (3) 解, 则
自 未知 的个数是.

解 (1) $a = 1, b = 1$; (2) $a \neq 1$ 或者 $b \neq 1$; (3) 2

:



自测题第二章难点解答

8.原题： 线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ & x_2 & x_3 & x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 & x_3 + 3x_4 = a \\ x_1 & x_2 + x_3 + 5x_4 = b \end{cases}$$

(1) 解, 则 a, b 满足; (2) 无解, 则 a, b 满足; (3) 解, 则
自 未知 的个数是.

解 (1) $a = 1, b = 1$; (2) $a \neq 1$ 或者 $b \neq 1$; (3) 2

: 方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & a \\ 1 & 1 & 1 & 5 & b \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

第1 (-1)倍加到第3

!

第1 (-1)倍加到第4

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & b & 2 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

9. 原题： 线 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$ 方程

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1$$

(1) 唯一的公共解，则 a 满足； (2) 公共解，则 a 满足.



自测题第二章难点解答

9. 原题： 线 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$ 方程

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1$$

(1) 唯一的公共解，则 a 满足； (2) 公共解，则 a 满足.

解 (1) $a \neq 1$; (2) $a = 1$.



自测题第二章难点解答

9. 原题： 线 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$ 方程

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1$$

(1) 唯一的公共解，则 a 满足； (2) 公共解，则 a 满足.

解 (1) $a \neq 1$; (2) $a = 1$.

:



自测题第二章难点解答

9. 原题： 线 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$ 方程

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = a \quad 1$$

(1) 唯一的公共解，则 a 满足； (2) 公共解，则 a 满足.

解 (1) $a \neq 1$; (2) $a = 1$.

： 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a \quad 1 \end{cases}$ ，方程组的增

$$\text{广矩阵 } \overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a & 1 \\ 1 & 4 & a^2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

9. 原题： 线 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \end{cases}$ 方程

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = a \quad 1$$

(1) 唯一的公共解，则 a 满足； (2) 公共解，则 a 满足.

解 (1) $a \neq 1$; (2) $a = 1$.

： 方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a \quad 1 \end{cases}$ ，方程组的增

广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a & 1 \\ 1 & 4 & a^2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ 第1 (1)倍加到第2
!

第1 (1)倍加到第3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & a & 1 \\ 0 & 2 & a^2 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 & a & a & 2 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

(1) 唯一的公共解, 则 $\overline{A}$ 个主元且常数列无主元,
 $1 \quad a \notin 0, a \notin 1;$



自测题第二章难点解答

- (1) 唯一的公共解, 则 $\overline{A}$ 个主元且常数列无主元,
 $1 - a \neq 0, a \neq 1$;
- (2) 公共解, 常数列 主元, $1 - a = 0, a - 2 \neq 0$,
 $a = 1$.



自测题第二章难点解答

(1) 唯一的公共解, 则 $\overline{A}$ 个主元且常数列无主元,

1 $a \notin 0, a \notin 1$;

(2) 公共解, 常数列 主元, 1 $a = 0, a - 2 \notin 0$,
 $a = 1$.

10. 原题: 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$ 方程组

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = a \\ x_1 - x_3 + bx_4 = 1 \end{cases}$ 同解, 则 $a + b =$



自测题第二章难点解答

(1) 唯一的公共解, 则 $\overline{A}$ 个主元且常数列无主元,

1 $a \neq 0, a \neq 1$;

0(6)06102413.9390() 920.909113.9390() 690.909110.9090() 10510



自测题第二章难点解答

(1) 唯一的公共解, 则 $\overline{A}$ 个主元且常数列无主元,

1 $a \notin 0, a \notin 1$;

(2) 公共解, 常数列 主元, 1 $a = 0, a - 2 \notin 0,$
 $a = 1.$

10. 原题: 线 方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$ 方程组

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = a \\ x_1 - x_3 + bx_4 = 1 \end{cases}$ 同解, 则 $a + b =$

解 1

:



自测题第二章难点解答

(1) 唯一的公共解, 则 $\overline{A}$ 个主元且常数列无主元,

$$1 \quad a \neq 0, a \neq 1;$$

(2) 公共解, 常数列 主元, $1 \quad a = 0, a \quad 2 \neq 0,$
 $a = 1.$

10. 原题: 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$
 方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = a \\ x_1 \quad x_3 + bx_4 = 1 \end{cases} \text{ 同解, 则 } a + b =$$

解 1

: 因为
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = a \\ x_1 \quad x_3 + bx_4 = 1 \end{cases} \text{ 同解,}$$



自测题第二章难点解答

所以

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = a \\ x_1 + x_3 + bx_4 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases} \quad \text{同}$$

解，所以方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & a \\ 1 & 0 & 1 & b & 1 \end{pmatrix}$ 经过初等

变换可以化为 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

而 $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & a & 1 \\ 0 & 1 & 2 & b & 1 & 2 \end{pmatrix}$

第1 (1)倍加到第3

第1 (1)倍加到第4



自测题第二章难点解答

而 $\bar{A}$!

第1 (1)倍加到第3

第1 (1)倍加到第4

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & a & 1 \\ 0 & 1 & 2 & b & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第2 (1)倍加到第3

!

第2 加到第4

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & 0 & b+2 & 0 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

而 $\bar{A}$!

第1 (1)倍加到第3

第1 (1)倍加到第4

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & a & 1 \\ 0 & 1 & 2 & b & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第2 (1)倍加到第3

!

第2 加到第4

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & 0 & b+2 & 0 \end{pmatrix}$$

所以 $a - 3 = 0, b + 2 = 0, a = 3, b = -2$.



自测题第二章难点解答

11. 原题: 线 方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

(1) 解, 则其通解中自 未知 的个数是; (2) 无解, 则 a, b 满足.



自测题第二章难点解答

11. 原题： 线 方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

(1) 解, 则其通解中自 未知 的个数是; (2) 无解, 则 a, b 满足.

解 (1) 3; (2) $b \neq 3a$ 或者 $b - 5a + 2 \neq 0$.



自测题第二章难点解答

11. 原题： 线 方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

(1) 解, 则其通解中自 未知 的个数是; (2) 无解, 则 a, b 满足.

解 (1) 3; (2) $b \neq 3a$ 或者 $b - 5a + 2 \neq 0$.

:



自测题第二章难点解答

11. 原题: 线 方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

(1) 解, 则其通解中自 未知 的个数是; (2) 无解, 则 a, b 满足.

解 (1) 3; (2) $b \neq 3a$ 或者 $b - 5a + 2 \neq 0$.

: 方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

第1 (3)倍加到第3

!

第1 (5)倍加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 3a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 2 & 5a \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第1 (3)倍加到第3

!

第1 (5)倍加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 3a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 2 & 5a \end{pmatrix}$$

第2 加到第3

!

第2 加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 3a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2+b & 5a \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第1 (3)倍加到第3

!

第1 (5)倍加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 3a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 2 & 5a \end{pmatrix}$$

第2 加到第3

!

第2 加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 3a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2+b & 5a \end{pmatrix}$$

(1) 解, 则常数列无主元, $b \quad 3a = 0$ 且 $2+b \quad 5a = 0$, 主元个数为2, 自 未知 个数为3.



自测题第二章难点解答

第1 (3)倍加到第3

!

第1 (5)倍加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 3a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 2 & 5a \end{pmatrix}$$

第2 加到第3

!

第2 加到第4

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 3a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2+b & 5a \end{pmatrix}$$

(1) 解, 则常数列无主元, $b \quad 3a = 0$ 且 $2+b \quad 5a = 0$, 主元个数为2, 自未知个数为3.

(2) 无解, 则常数列主元, $b \quad 3a \neq 0$ 或者 $2+b \quad 5a \neq 0$.



自测题第二章难点解答

12. 原题: 线 方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

(1) 唯一解, 则; (2) 无穷多解, 则; (3) 线 方程组无解的充分条件.



自测题第二章难点解答

12. 原题: 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

(1) 唯一解, 则; (2) 无穷多解, 则; (3) 线性方程组无解的充分条件.

解 (1) $b \neq 0$ 且 $a \neq 1$; (2) $a = 1$ 且 $b = \frac{1}{2}$; (3) $b = 0$ 或者 $a = 1, b \neq \frac{1}{2}$.





自测题第二章难点解答

12. 原题: 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

(1) 唯一解, 则; (2) 无穷多解, 则; (3) 线性方程组无解的充分条件.

解 (1) $b \neq 0$ 且 $a \neq 1$; (2) $a = 1$ 且 $b = \frac{1}{2}$; (3) $b = 0$ 或者 $a = 1, b \neq \frac{1}{2}$.

: 方程组的增广矩阵 $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix}$



自测题第二章难点解答

12. 原题: 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + ax_3 = 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

(1) 唯一解, 则; (2) 无穷多解, 则; (3) 线性方程组无解的充分条件.

解 (1) $b \neq 0$ 且 $a \neq 1$; (2) $a = 1$ 且 $b = \frac{1}{2}$; (3) $b = 0$ 或者 $a = 1, b \neq \frac{1}{2}$.

∴ 方程组的增广矩阵 $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix}$

[illegible]

自测题第二章难点解答

第2 (2)倍加到第3

!

交换2 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & b & 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第2 (2)倍加到第3

!

交换2 3

第2 (b-1)倍加到第3

!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & b & 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & 0 & (1-a)b & 1 & 2b \end{pmatrix}$$



自测题第二章难点解答

第2 (2)倍加到第3

!

交换2 3

第2 (b-1)倍加到第3

!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & b & 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & 0 & (1-a)b & 1 & 2b \end{pmatrix}$$

(1) 唯一解, 则常数列无主元, 3个主元, $(1-a)b \neq 0$,
 $a \neq 1$ 且 $b \neq 0$;



自测题第二章难点解答

第2 (2)倍加到第3

!

交换2 3

第2 (b-1)倍加到第3

!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & b & 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & 0 & (1-a)b & 1 & 2b \end{pmatrix}$$

(1) 唯一解, 则常数列无主元, 3个主元, $(1-a)b \neq 0$,
 $a \neq 1$ 且 $b \neq 0$;

(2) 无穷多解, 则主元个数 < 3 且常数列无主元,
 $(1-a)b = 0$ 且 $1-2b = 0$, $a = 1$ 且 $b = \frac{1}{2}$;



自测题第二章难点解答

第2 (2)倍加到第3

!

交换2 3

第2 (b-1)倍加到第3

!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & b & 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 4 \\ 0 & 1 & a & 1 & 2 \\ 0 & 0 & (1-a)b & 1 & 2b \end{pmatrix}$$

(1) 唯一解, 则常数列无主元, 3个主元, $(1-a)b \neq 0$, $a \neq 1$ 且 $b \neq 0$;

(2) 无穷多解, 则主元个数 < 3 且常数列无主元, $(1-a)b = 0$ 且 $1-2b = 0$, $a = 1$ 且 $b = \frac{1}{2}$;

(3) 无解, 必 常数列 主元, $(1-a)b = 0$ 且 $1-2b \neq 0$, $b = 0$ 或者 $a = 1$, $b \neq \frac{1}{2}$.



Thank you!

Author: Ning Qun

Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China

Email: Ning.qun@163.com

