线性代数

第三Ù：向量空间

习 题 解 答

宿 ^{2} 学　　数学与统计学

目录

习题3.3(P_{115} P_{118})

1.解

习题3.3(P_{115} P_{118})

1.解

习题3.3(P_{115} P_{118})

1.解 (1)如

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; $$

有$0\ {}_1 + 0\ {}_2 + 0\ {}_3 = 0$，但也有$(\ 1)\ {}_1 + 1\ {}_2 + 1\ {}_3 = 0$，

${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性相关.

(2)如

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; $$

存3不全为0的数$1;1;0$，使得

$$ 1\ {}_1 + 1\ {}_2 + 0\ {}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \neq 0; $$

习题3.3(P_{115} P_{118})

1.解 (1)如

$$_1 = \begin{matrix} ! \\ 1 \\ 1 \end{matrix} ; \quad _2 = \begin{matrix} ! \\ 1 \\ 0 \end{matrix} ; \quad _3 = \begin{matrix} ! \\ 0 \\ 1 \end{matrix} ;$$

有$0\ _1 + 0\ _2 + 0\ _3 = 0$，但也有$(\ 1)\ _1 + 1\ \ _2 + 1\ \ _3 = 0$，

$_1;\ _2;\ _3$线性相关.

(2)如

$$_1 = \begin{matrix} ! \\ 1 \\ 1 \end{matrix} ; \quad _2 = \begin{matrix} ! \\ 1 \\ 0 \end{matrix} ; \quad _3 = \begin{matrix} ! \\ 0 \\ 1 \end{matrix} ;$$

存3不全为0的数$1;1;0$，使得

$$1\ \ _1 + 1\ \ _2 + 0\ \ _3 = \begin{matrix} ! \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \neq 0;$$

而$(\ 1)\ _1 + 1\ \ _2 + 1\ \ _3 = 0$，

习题3.3(P_{115} P_{118})

1.解 (1)如

$$_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

有$0 \ _1 + 0 \ _2 + 0 \ _3 = 0$，但也有$(\ 1) \ _1 + 1 \ _2 + 1 \ _3 = 0$，

$_1; \ _2; \ _3$线性相关.

(2)如

$$_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

存 3 不全为0的数$1; 1; 0$，使得

$$1 \ _1 + 1 \ _2 + 0 \ _3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \neq 0;$$

而$(\ 1) \ _1 + 1 \ _2 + 1 \ _3 = 0$，$_1; \ _2; \ _3$线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3)如

$$_1 = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}; \quad _1 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3)如

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};\quad _1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

存 3 $k_1 = 1; k_2 = \ 1$，使得

$$1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (\ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (\ 1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0;$$

但 $_1;\ _2$线性无关，$_1;\ _2$也线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(4)如

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad _1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(4)如

$$_1 = \begin{matrix}2\\0\end{matrix}^{!};\quad _2 = \begin{matrix}1\\0\end{matrix}^{!};\quad _1 = \begin{matrix}1\\2\end{matrix}^{!};\quad _2 = \begin{matrix}2\\4\end{matrix}^{!};$$

满足 • 有$k_1 = k_2 = 0$时，等式

$$k_1 \begin{matrix}2\\0\end{matrix}^{!} + k_2 \begin{matrix}1\\0\end{matrix}^{!} + k_1 \begin{matrix}1\\2\end{matrix}^{!} + k_2 \begin{matrix}2\\4\end{matrix}^{!} = 0;$$

成立.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(4)如

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad _1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix};$$

满足 • 有$k_1 = k_2 = 0$时，等式

$$k_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0;$$

成立.

但 $_1;$ $_2$线性相关， $_1;$ $_2$也线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(5)如

$$_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix};\ _2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ _3 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ _1 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix};\ _2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ _3 = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(5)如

$$_1=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix};\quad _2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\quad _3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\quad _1=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix};\quad _2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\quad _3=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

$_1;\ _2;\ _3$线性相关，$_1;\ _2;\ _3$也线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(5)如

$$_1=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix};\ _2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ _3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ _1=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix};\ _2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ _3=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

$_1;\ _2;\ _3$线性相关， $_1;\ _2;\ _3$也线性相关.

但使得$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0; k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$同时成立，必须$k_1=k_2=k_3=0$.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(5)如

$$ {}_1=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix};\ {}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ {}_3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ {}_1=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix};\ {}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ {}_3=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} $$

${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性相关，${}_1;\ {}_2;\ {}_3$也线性相关.

但使得$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0; k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$同时成立，必须$k_1=k_2=k_3=0$.

(6)如

$$ {}_1=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};\ {}_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\ {}_3=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; $$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(5)如

$$_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\quad _3 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\quad _1 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\quad _3 = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

$_1;\ _2;\ _3$线性相关，$_1;\ _2;\ _3$也线性相关.

但使得$k_1\ _1 + k_2\ _2 + k_3\ _3 = 0; k_1\ _1 + k_2\ _2 + k_3\ _3 = 0$同时成立，必须$k_1 = k_2 = k_3 = 0$.

(6)如

$$_1 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\quad _3 = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix};$$

$_1;\ _2;\ _3$线性相关，但$_1$不能由$_2;\ _3$线性表出.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(7)如

$$ {}_1 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};\ {}_2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\ {}_3 = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix};\ f_1 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ f_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ f_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} $$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(7)如

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},\ \alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ \alpha_3=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix};\ \beta_1=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ \beta_2=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ \beta_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$是$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$的延伸组，

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$线性无关，而$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性相关.

习题3.3(P_{115}　P_{118})

(7)如

$$ {}_1=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};\quad {}_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\quad {}_3=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix};\ f_1=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ f_2=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ f_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} $$

$f_1;\ f_2;\ f_3$是 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$的延伸组，

$f_1;\ f_2;\ f_3$线性无关，而 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性相关.

2.解 (1)以向量 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$为列构作矩　A，并对A实施初等行变换

$$ A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&3&6\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}; $$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(7)如

$$_1 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};\ _2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\ _3 = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix};\ f_1 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ f_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ f_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

$f_1;\ f_2;\ f_3$是 $_1;\ _2;\ _3$的延伸组，

$f_1;\ f_2;\ f_3$线性无关，而 $_1;\ _2;\ _3$线性相关.

2.解 (1)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 2 & 3\\1 & 3 & 6\end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\0 & 1 & 2\\0 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有3个Ì ，等于向量个数， $_1;\ _2;\ _3$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(2)以向量 $_1$; $_2$; $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 14 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(2)以向量 $_1$; $_2$; $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\1&3&0\\2&1&7\\4&2&14\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&3\\0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(2)以向量 $_1;\ \ _2;\ \ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\1&3&0\\2&1&7\\4&2&14\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&3\\0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有2个Ì ，小于向量个数，$_1;\ \ _2;\ \ _3$线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(2)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\1&3&0\\2&1&7\\4&2&14\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&3\\0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有2个Ì ，小于向量个数，$_1;\ _2;\ _3$线性相关.

(3)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\1&2&3\end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(2)以向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\1&3&0\\2&1&7\\4&2&14\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&3\\0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有2个Ì ，小于向量个数，$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关.

(3)以向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\1&2&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(2)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\1&3&0\\2&1&7\\4&2&14\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&3\\0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有2个Ì ，小于向量个数，$_1;\ _2;\ _3$线性相关.

(3)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\1&2&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有3个Ì ，等于向量个数，$_1;\ _2;\ _3$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3)另解 记

$$\varepsilon_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix};\ \varepsilon_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix};\ \varepsilon_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix};$$

K $\varepsilon_1;\varepsilon_2;\varepsilon_3$线性无关且是$\alpha_1;\ \alpha_2;\ \alpha_3$缩短组，所以$\alpha_1;\ \alpha_2;\ \alpha_3$线性无关.

(4) 因为$\alpha_1;\ \alpha_2;\ \alpha_3;\ \alpha_4$是4个3维向量，所以$\alpha_1;\ \alpha_2;\ \alpha_3;\ \alpha_4$线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

3.解

习题3.3(P_{115} P_{118})

3.解 (1)以向量 $_1;$ $_2;$ $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

3.解 (1)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}3&1&1\\1&0&2\\2&5&0\\4&2&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&7\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

3.解 (1)以向量 $_1;$ $_2;$ $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有3个Ì ，等于向量个数， $_1;$ $_2;$ $_3$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

3.解 (1)以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}3&1&1\\1&0&2\\2&5&0\\4&2&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&7\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有3个Ì，等于向量个数，$_1;\ _2;\ _3$线性无关.

(2)以向量 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}2&1&3&2\\1&3&0&2\\0&2&2&4\\3&4&1&6\end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

A的阶梯形¥有3个Ì ，小于向量个数， $_1$; $_2$; $_3$; $_4$线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

A的阶梯形¥有3个 Ì ，小于向量个数， $_{1}$; $_{2}$; $_{3}$; $_{4}$线性相关.且 $_{4} = {}_{1} + {}_{2} + {}_{3}$:

习题3.3(P_{115} P_{118})

A的阶梯形¥有3个Ì ，小于向量个数， $_1$; $_2$; $_3$; $_4$线性相关.且 $_4 = {}_1 + {}_2 + {}_3$.

(3)以向量 $_1$; $_2$; $_3$; $_4$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 & 2 \\ 1 & 5 & 13 & 6 \\ 2 & 7 & 20 & 1 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

A的阶梯形¥有3个Ì ，小于向量个数，$_1;$ $_2;$ $_3;$ $_4$线性相关.且 $_4 = {}_1 + {}_2 + {}_3$:

(3)以向量 $_1;$ $_2;$ $_3;$ $_4$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 & 2 \\ 1 & 5 & 13 & 6 \\ 2 & 7 & 20 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

A的阶梯形¥有3个Ì，小于向量个数，$_1;\ _2;\ _3;\ _4$线性相关.且$_4 = \ _1 + \ _2 + \ _3.$

(3)以向量$_1;\ _2;\ _3;\ _4$为列构作矩A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 & 2 \\ 1 & 5 & 13 & 6 \\ 2 & 7 & 20 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有3个Ì，小于向量个数，$_1;\ _2;\ _3;\ _4$线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

A的阶梯形¥有3个Ì，小于向量个数，${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$线性相关.且${}_4 = {}_1 + {}_2 + {}_3.$

(3)以向量${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$为列构作矩$A$，并对$A$实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 & 2 \\ 1 & 5 & 13 & 6 \\ 2 & 7 & 20 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

A的阶梯形¥有3个Ì，小于向量个数，${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$线性相关. 且${}_3 = 3\,{}_1 + (\ 2)\,{}_2 + 0\,{}_4.$

习题3.3(P_{115} P_{118})

4.解

习题3.3(P_{115} P_{118})

4.解 以向量 $_1$; $_2$; $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & t & 2 \\ 2 & 1 & t \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{t}{5} \\ 0 & 0 & \frac{t(3-t)}{5} + 2 \end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

4.解 以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩阵 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&3&0\\1&t&2\\2&1&t\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&\frac{t}{5}\\0&0&\frac{t(3-t)}{5}+2\end{pmatrix};$$

因为 $_1;\ _2;\ _3$线性相关，所以A的阶梯形¥的Ì 个数小于3，从而$\frac{t(3-t)}{5}+2=0$，$t=5$或ö $t=\ \ 2.$

习题3.3(P_{115} P_{118})

4.解 以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & t & 2 \\ 2 & 1 & t \end{pmatrix} \ \text{初}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

4.解 以向量 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\ 1 & t & 2\\ 2 & 1 & t\end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

4.解 以向量 $_1;\ \ _2;\ \ _3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}1&3&0\\1&t&2\\2&1&t\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&\frac{t}{5}\\0&0&\frac{t(3-t)}{5}+2\end{pmatrix};$$

因为 $_1;\ \ _2;\ \ _3$线性相关，所以A的阶梯形¥的Ì 个数小于3，从而$\frac{t(3-t)}{5}+2=0$，$t=5$或ö $t=\ \ 2.$

5.解 (1)以 $_1;\ \ _2$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A=\begin{pmatrix}6&a\\a+1&2\\3&2\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}3&2\\0&a+4\\0&0\end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

当$a = 4$时，A的阶梯形矩 ¥ • 有1个 Ì ， $_1$; $_2$线性相关；

习题3.3(P_{115} P_{118})

当$a = 4$时，A的阶梯形矩 ¥·有1个Ì ，$_1$; $_2$线性相关；

当$a \neq 4$时，A的阶梯形矩 ¥·有2个Ì ，$_1$; $_2$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

当$a =$ 4时，A的阶梯形矩 ¥ • 有1个Ì ，$_1;$ $_2$线性相关；

当$a \neq$ 4时，A的阶梯形矩 ¥ • 有2个Ì ，$_1;$ $_2$线性无关.

(2)以 $_1;$ $_2;$ $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 6 & a & a \\ a+1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

当$a =\ 4$时，A的阶梯形矩 ¥ • 有1个 Ì ，α_1, α_2线性相关；

当$a \neq\ 4$时，A的阶梯形矩 ¥ • 有2个 Ì ，α_1, α_2线性无关.

(2)以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 6 & a & a \\ a+1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & a+4 & a \\ 0 & 0 & 3\ \ 2a \end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

当$a = \;4$时，A的阶梯形矩 ¥ • 有1个Ì ， $_1; \;_2$线性相关；

当$a \neq \;4$时，A的阶梯形矩 ¥ • 有2个Ì ， $_1; \;_2$线性无关.

(2)以 $_1; \;_2; \;_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 6 & a & a \\ a+1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & a+4 & a \\ 0 & 0 & 3 \;\; 2a \end{pmatrix};$$

若$a = \;4$或$a = \frac{2}{3}$时，A的阶梯形矩 ¥ 有2个Ì ，小于向量个数，$_1; \;_2; \;_3$线性相关；

习题3.3(P_{115} P_{118})

当$a =$ 4时，A的阶梯形矩 ¥ • 有1个 Ì ，$_1$; $_2$线性相关；

当$a \neq$ 4时，A的阶梯形矩 ¥ • 有2个 Ì ，$_1$; $_2$线性无关.

(2)以 $_1$; $_2$; $_3$为列构作矩 A，并对A实施初等行变换

$$A = \begin{pmatrix} 6 & a & a \\ a+1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & a+4 & a \\ 0 & 0 & 3\quad 2a \end{pmatrix};$$

若$a =$ 4或$a = \frac{2}{3}$时，A的阶梯形矩 ¥ 有2个 Ì ，小于向量个数，$_1$; $_2$; $_3$线性相关；

若$a \neq$ 4且$a \neq \frac{2}{3}$时，A的阶梯形矩 ¥ 有3个 Ì ，等于向量个数，$_1$; $_2$; $_3$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3) 由于 $_1;$ $_2;$ $_3;$ $_4$是4个三维向量，所以无论a取什
Š，它 都是线性相关的.

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3) 由于 $_1$; $_2$; $_3$; $_4$是4个三维向量，所以无论a取什
Š，它 都是线性相关的.

6.解

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3) 由于 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$是4个三维向量，所以无论a取什
Š，它 都是线性相关的.

6.解 考虑 $_1;\ _2;\ _3$的线性组合$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0$,

由于 $_1=2\ _1\quad _2;\ _2=\ _1+\ _2;\ _3=\quad _1+\ _2$,

所以

$$
\begin{aligned}
x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3 &= x_1(2\ _1\quad _2)+x_2(\ _1+\ _2)+x_3(\quad _1+\ _2)\\
&= (2x_1+x_2\quad x_3)\ _1+(\ x_1+x_2+x_3)\ _2
\end{aligned}
$$

所以

$$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0\ ,\ (2x_1+x_2\quad x_3)\ _1+(\ x_1+x_2+x_3)\ _2=0$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3) 由于 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$是4个三维向量，所以无论a取什 š，它 都是线性相关的.

6.解 考虑 $_1;\ _2;\ _3$的线性组合$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0$，

由于 $_1=2\ _1\ \ \ _2;\ _2=\ _1+\ _2;\ _3=\ \ _1+\ _2$，

所以

$$\begin{aligned} x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3 &= x_1(2\ _1\ \ \ _2)+x_2(\ _1+\ _2)+x_3(\ \ _1+\ _2) \\ &= (2x_1+x_2\ \ \ x_3)\ _1+(\ \ x_1+x_2+x_3)\ _2 \end{aligned}$$

所以

$$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0\ ,\ (2x_1+x_2\ \ \ x_3)\ _1+(\ \ x_1+x_2+x_3)\ _2=0$$

令 $\left(\begin{array}{l} 2x_1+x_2\ \ \ x_3=0 \\ \ \ x_1+x_2+x_3=0 \end{array}\right.\qquad (\ )$，

习题3.3(P_{115} P_{118})

(3) 由于 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$是4个三维向量，所以无论a取什

Š，它 都是线性相关的.

6.解 考虑 $_1;\ _2;\ _3$的线性组合$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0$，

由于 $_1=2\ _1\quad\ _2;\ _2=\ _1+\ _2;\ _3=\quad\ _1+\ _2$，

所以

$$\begin{aligned} x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3 &= x_1(2\ _1\quad\ _2)+x_2(\ _1+\ _2)+x_3(\quad\ _1+\ _2) \\ &= (2x_1+x_2\quad x_3)\ _1+(\quad x_1+x_2+x_3)\ _2 \end{aligned}$$

所以

$$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0\ ,\ (2x_1+x_2\quad x_3)\ _1+(\quad x_1+x_2+x_3)\ _2=0$$

令 $\left(\begin{array}{l} 2x_1+x_2\quad x_3=0 \\ \quad x_1+x_2+x_3=0 \end{array}\right.$ ( )， K使得( )成立的$x_1;x_2;x_3$，

必有$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=0$成立.

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未•量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未·量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，即存 3 不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得( )成立，

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未•量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，即存 3 不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得( )成立，所以存 3 不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得$x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + x_3 \quad _3 = 0$成立，

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未•量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，即存3不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得( )成立，所以存3不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 = 0$成立，

所以 ${}_1; \ {}_2; \ {}_3$线性相关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未•量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，即存3不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得( )成立，所以存3不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得$x_1\ \ _1 + x_2\ \ _2 + x_3\ \ _3 = 0$成立，

所以 $_1;\ \ _2;\ \ _3$线性相关.

7. y

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未•量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，即存 3 不全为0的$x_1;x_2;x_3$，使得( )成立，所以存 3 不全为0的$x_1;x_2;x_3$，使得$x_1\;{}_1+x_2\;{}_2+x_3\;{}_3=0$成立，

所以 ${}_1;\;{}_2;\;{}_3$线性相关.

7. y 考虑向量组 ${}_1+2\;{}_2;\;{}_2+2\;{}_3;\;{}_3+2\;{}_1$的线性组合

$$x_1(\;{}_1+2\;{}_2)+x_2(\;{}_2+2\;{}_3)+x_3(\;{}_3+2\;{}_1)=0;$$

即$(x_1+2x_3)\;{}_1+(2x_1+x_2)\;{}_2+(2x_2+x_3)\;{}_3=0$，

习题3.3(P_{115} P_{118})

而( )是未•量个数大于方程个数的齐次线性方程组，有非零解，即存 3 不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得( )成立，所以存 3 不全为0的$x_1; x_2; x_3$，使得$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 = 0$成立，

所以 $_1;$ $_2;$ $_3$线性相关.

7. y 考虑向量组 $_1 + 2 \ _2;$ $_2 + 2 \ _3;$ $_3 + 2 \ _1$的线性组合

$$x_1(\ _1 + 2 \ _2) + x_2(\ _2 + 2 \ _3) + x_3(\ _3 + 2 \ _1) = 0;$$

即$(x_1 + 2x_3) \ _1 + (2x_1 + x_2) \ _2 + (2x_2 + x_3) \ _3 = 0$，

由于 $_1;$ $_2;$ $_3$线性无关，所以

$$(x_1+2x_3) \ _1+(2x_1+x_2) \ _2+(2x_2+x_3) \ _3 = 0 \ ) \ \begin{cases} x_1 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad (\ )$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )是关于$x_1; x_2; x_3$的齐次线性方程组，系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115}　P_{118})

( )是关于$x_1; x_2; x_3$的齐次线性方程组，系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix};$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )是关于$x_1; x_2; x_3$的齐次线性方程组，系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix};$$

A的阶梯形矩 ¥有3个 Ì ，等于未 • 量个数，( ) • 有0解，

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )是关于$x_1; x_2; x_3$的齐次线性方程组，系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix};$$

A的阶梯形矩 ¥有3个Ì ，等于未•量个数，( )•有0解，即•有当$x_1 = x_2 = x_3 = 0$时，( )才成立，

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )是关于$x_1; x_2; x_3$的齐次线性方程组，系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix};$$

A的阶梯形矩 ¥有3个Ì ，等于未•量个数，( )•有0解，即

•有当$x_1 = x_2 = x_3 = 0$时，( )才成立，

即，•有当$x_1 = x_2 = x_3 = 0$时，才有

$$x_1(\ _1 + 2\ _2) + x_2(\ _2 + 2\ _3) + x_3(\ _3 + 2\ _1) = 0$$

成立，

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )是关于$x_1; x_2; x_3$的齐次线性方程组，系数矩

$$A=\begin{pmatrix}1&0&2\\2&1&0\\0&2&1\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&4\\0&0&9\end{pmatrix};$$

A的阶梯形矩 ¥有3个Ì ，等于未•量个数，( )•有0解，即

•有当$x_1=x_2=x_3=0$时，( )才成立，

即，•有当$x_1=x_2=x_3=0$时，才有

$$x_1(\ _1+2\ _2)+x_2(\ _2+2\ _3)+x_3(\ _3+2\ _1)=0$$

成立，所以 $_1+2\ _2;\ \ _2+2\ _3;\ \ _3+2\ _1$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

8.解

习题3.3(P_{115}　P_{118})

8.解 因为

$$(\ {}_1+\ {}_2)+(\ 1)(\ {}_2+\ {}_3)+(\ {}_3+\ {}_4)+(\ 1)(\ {}_4+\ {}_1)=0$$

所以 ${}_1+\ {}_2;\ {}_2+\ {}_3;\ {}_3+\ {}_4;\ {}_4+\ {}_1$线性相关.

9. y

习题3.3(P_{115} P_{118})

8.解 因为

$$(\ _1+\ _2)+(\ 1)(\ _2+\ _3)+(\ _3+\ _4)+(\ 1)(\ _4+\ _1)=0$$

所以 $_1+\ _2;\ _2+\ _3;\ _3+\ _4;\ _4+\ _1$线性相关.

9. y 考虑向量组 $_1;\ _1+\ _2;\cdots;\ _1+\ _2+\ \ +\ _s$的线性组合$x_1\ _1+x_2(\ _1+\ _2)+\ \ +x_s(\ _1+\ _2+\ \ +\ _s)=0$,

即$(x_1+x_2+\ \ +x_s)\ _1+(x_2+\ \ +x_s)\ _2+\ \ +x_s\ _s=0$

习题3.3(P_{115} P_{118})

8.解 因为

$$({}_1+{}_2)+(\ 1)({}_2+{}_3)+({}_3+{}_4)+(\ 1)({}_4+{}_1)=0$$

所以 ${}_1+{}_2;\ {}_2+{}_3;\ {}_3+{}_4;\ {}_4+{}_1$线性相关.

9. y 考虑向量组 ${}_1;\ {}_1+{}_2;\cdots;\ {}_1+{}_2+\ +{}_s$的线性组合$x_1\ {}_1+x_2({}_1+{}_2)+\ +x_s({}_1+{}_2+\ +{}_s)=0$,
即$(x_1+x_2+\ +x_s)\ {}_1+(x_2+\ +x_s)\ {}_2+\ +x_s\ {}_s=0$

因为 ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$线性无关，所以

$$x_1+x_2+\ +x_s)\ {}_1+(x_2+\ +x_s)\ {}_2+\ +x_s\ {}_s=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2+\ +x_s=0 \\ x_2+\ +x_s=0 \\ \vdots \\ x_s=0 \end{cases}$$

, ( )

习题3.3(P_{115} P_{118})

而齐次线性方程组( )的系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

而齐次线性方程组( )的系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

有s个 Ì ，等于未•量个数，( )•有0解.

习题3.3(P_{115} P_{118})

而齐次线性方程组( )的系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

有s个Ì ，等于未•量个数，( )•有0解.

即•有当$x_1 = x_2 = \quad = x_s = 0$时，才可以使得( )成立，

习题3.3(P_{115} P_{118})

而齐次线性方程组( )的系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

有s个Ì ，等于未•量个数，( )•有0解.

即•有当$x_1 = x_2 = \quad = x_s = 0$时，才可以使得( )成立，

即，•有当$x_1 = x_2 = \quad = x_s = 0$时，才可以使

$$x_1 \quad _1 + x_2(\quad _1 + \quad _2) + \quad + x_s(\quad _1 + \quad _2 + \quad + \quad _s) = 0$$

成立，

习题3.3(P_{115} P_{118})

而齐次线性方程组( )的系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

有s个 Ì ，等于未 • 量个数，( ) • 有0解.

即 • 有当$x_1 = x_2 = \quad = x_s = 0$时，才可以使得( )成立，

即， • 有当$x_1 = x_2 = \quad = x_s = 0$时，才可以使

$$x_1 \ \ _1 + x_2(\ _1 + \ _2) + \quad + x_s(\ _1 + \ _2 + \quad + \ _s) = 0$$

成立，所以 $_1; \ \ _1 + \ _2; \cdots; \ \ _1 + \ _2 + \quad + \ _s$线性无关.

习题3.3(P_{115}　P_{118})

10. y

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 $_1;$ $_2;$ $_3$线性相关，K 存 3 不全为0的数$k_1;k_2;k_3$，使得k_1 $_1+k_2$ $_2+k_3$ $_3=0$成立.

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 $_1;$ $_2;$ $_3$线性相关， K 存 3 不全为0的数$k_1; k_2; k_3$，使得k_1 $_1 + k_2$ $_2 + k_3$ $_3 = 0$成立.

由于$k_1; k_2; k_3$不全为0，所以 • 有三 « 情况：$k_3 \neq 0$，或 ö $k_3 = 0; k_2 \neq 0$，或 ö $k_3 = k_2 = 0; k_1 \neq 0$.

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性相关，K 存 3 不全为0的数$k_1;k_2;k_3$，使得$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$成立.

由于$k_1;k_2;k_3$不全为0，所以 • 有三 « 情况：$k_3\neq 0$，或 ö $k_3=0;k_2\neq 0$，或 ö $k_3=k_2=0;k_1\neq 0$.

若$k_3\neq 0$，K 由$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$可得

${}_3=(\ \frac{k_1}{k_3})\ {}_1+(\ \frac{k_2}{k_3})\ {}_2$，ù 与 ${}_3$不能由 ${}_2;\ {}_3$线性表出 盾；

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 $_1;\ _2;\ _3$线性相关，K 存 3 不全为0的数$k_1;k_2;k_3$，使得$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$成立.

由于$k_1;k_2;k_3$不全为0，所以 • 有三 « 情况：$k_3 \neq 0$，或 ö $k_3=0;k_2\neq 0$，或 ö $k_3=k_2=0;k_1\neq 0$.

若$k_3\neq 0$，K 由$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$可得

$_3=(\ \frac{k_1}{k_3})\ _1+(\ \frac{k_2}{k_3})\ _2$，ù 与 $_3$不能由 $_2;\ _3$线性表出 盾；

若$k_3=0;k_2\neq 0$，K 由$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$可得

$_2=(\ \frac{k_1}{k_2})\ _1$，ù 与 $_2$不能由 $_1$线性表出 盾；

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性相关，K 存 3 不全为0的数$k_1;k_2;k_3$，使得$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$成立.

由于$k_1;k_2;k_3$不全为0，所以 • 有三 « 情况：$k_3\neq 0$，或 ö $k_3=0;k_2\neq 0$，或 ö $k_3=k_2=0;k_1\neq 0$.

若$k_3\neq 0$， K 由$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$可得 ${}_3=(\ \frac{k_1}{k_3})\ {}_1+(\ \frac{k_2}{k_3})\ {}_2$， ù 与 ${}_3$不能由 ${}_2;\ {}_3$线性表出 盾；

若$k_3=0;k_2\neq 0$， K 由$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$可得 ${}_2=(\ \frac{k_1}{k_2})\ {}_1$， ù 与 ${}_2$不能由 ${}_1$线性表出 盾；

若$k_3=k_2=0;k_1\neq 0$， K 由$k_1\ {}_1+k_2\ {}_2+k_3\ {}_3=0$可得 $k_1\ {}_1=0;\ {}_1=0$， ù 与 ${}_1\neq 0$ 盾.

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 $_1;\ _2;\ _3$线性相关，K 存 3 不全为0的数$k_1;k_2;k_3$，使得$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$成立.

由于$k_1;k_2;k_3$不全为0，所以 • 有三 « 情况：$k_3\neq 0$，或 ö $k_3=0;k_2\neq 0$，或 ö $k_3=k_2=0;k_1\neq 0$.

若$k_3\neq 0$，K 由$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$可得 $_3=(\ \frac{k_1}{k_3})\ _1+(\ \frac{k_2}{k_3})\ _2$，ù 与 $_3$不能由 $_2;\ _3$线性表出 盾；

若$k_3=0;k_2\neq 0$，K 由$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$可得 $_2=(\ \frac{k_1}{k_2})\ _1$，ù 与 $_2$不能由 $_1$线性表出 盾；

若$k_3=k_2=0;k_1\neq 0$，K 由$k_1\ _1+k_2\ _2+k_3\ _3=0$可得 $k_1\ _1=0;\ _1=0$，ù 与 $_1\neq 0$ 盾.

综上，$_1;\ _2;\ _3$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

10. y 采用反 y 法.假设 $_1;\ \ _2;\ \ _3$线性相关，K 存 3 不全为0的数$k_1;k_2;k_3$，使得$k_1\ \ _1+k_2\ \ _2+k_3\ \ _3=0$成立.

由于$k_1;k_2;k_3$不全为0，所以 • 有三 « 情况：$k_3 \neq 0$，或 ö $k_3=0;k_2\neq 0$，或 ö $k_3=k_2=0;k_1\neq 0$.

若$k_3\neq 0$， K 由$k_1\ \ _1+k_2\ \ _2+k_3\ \ _3=0$可得 $_3=(\ \frac{k_1}{k_3})\ \ _1+(\ \frac{k_2}{k_3})\ \ _2$， ù 与 $_3$不能由 $_2;\ \ _3$线性表出 盾；

若$k_3=0;k_2\neq 0$， K 由$k_1\ \ _1+k_2\ \ _2+k_3\ \ _3=0$可得 $_2=(\ \frac{k_1}{k_2})\ \ _1$， ù 与 $_2$不能由 $_1$线性表出 盾；

若$k_3=k_2=0;k_1\neq 0$， K 由$k_1\ \ _1+k_2\ \ _2+k_3\ \ _3=0$可得 $k_1\ \ _1=0;\ \ _1=0$， ù 与 $_1\neq 0$ 盾.

综上， $_1;\ \ _2;\ \ _3$线性无关.

注：若向量组 $_1;\ \ _2;\ \ ;\ \ _s$ ¥， 向量 $_1\neq 0$ 且任何一个向量都不能由它前 的向量线性表出， K $_1;\ \ _2;\ \ ;\ \ _s$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

11. y

习题3.3(P_{115} P_{118})

11. y 考虑组合

$$x_1(\ _1+\ )+x_2(\ _2+\ )+\quad +x_s(\ _s+\ )=0;$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

11. y 考虑组合

$$x_1(\ _1 + \ ) + x_2(\ _2 + \ ) + \quad + x_s(\ _s + \ ) = 0;$$

即

$$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + \quad + x_s \ _s + (x_1 + x_2 + \quad + x_s) \ = 0; \quad (\ )$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

11. y 考虑组合

$$x_1(\ _1+ \ )+x_2(\ _2+ \ )+ \quad +x_s(\ _s+ \ )=0;$$

即

$$x_1 \ _1+x_2 \ _2+ \quad +x_s \ _s+(x_1+x_2+ \quad +x_s) \ =0; \quad (\ )$$

由于 $_1; \ _2; \quad ; \ _s;$ 线性无关,

习题3.3(P_{115} P_{118})

11. y 考虑组合

$$x_1(\ _1+\ )+x_2(\ _2+\ )+\quad +x_s(\ _s+\ )=0;$$

即

$$x_1\ _1+x_2\ _2+\quad +x_s\ _s+(x_1+x_2+\quad +x_s)\ =0; \qquad (\ )$$

由于 $_1;\ _2;\ \ ;\ _s;$ 线性无关，所以由( )式，得

$$\begin{cases} x_1=0 \\ x_2=0 \\ \vdots \\ x_s=0 \\ x_1+x_2+\quad +x_s=0 \end{cases}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

11. y 考虑组合

$$x_1(\quad_1+\quad)+x_2(\quad_2+\quad)+\qquad+x_s(\quad_s+\quad)=0;$$

即

$$x_1\quad_1+x_2\quad_2+\qquad+x_s\quad_s+(x_1+x_2+\qquad+x_s)\quad=0;\qquad(\ )$$

由于 $_1;\ _2;\quad;\ _s;$ 线性无关，所以由( )式，得

$$\begin{cases} x_1=0 \\ x_2=0 \\ \vdots \\ x_s=0 \\ x_1+x_2+\qquad+x_s=0 \end{cases} \quad) \quad \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=0 \\ \vdots \\ x_s=0 \end{cases}$$

习题3.3(P_{115}　P_{118})

11. y　考虑组合

$$x_1(\ _1+\ )+x_2(\ _2+\ )+\qquad +x_s(\ _s+\ )=0;$$

即

$$x_1\ _1+x_2\ _2+\qquad +x_s\ _s+(x_1+x_2+\qquad +x_s)\ =0;\qquad (\ )$$

由于 $_1;\ _2;\quad ;\ _s;$ 线性无关，所以由( )式，得

$$\begin{cases} x_1=0\\ x_2=0\\ \vdots\\ x_s=0\\ x_1+x_2+\qquad +x_s=0\end{cases}\quad)\quad \begin{cases} x_1=0\\ x_2=0\\ \vdots\\ x_s=0\end{cases}$$

所以 $_1+\ ;\ _2+\ ;\quad ;\ _s+$ 也线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

12. y 假设 $_1;$ $_2;::::;$ $_s$线性无关，考虑组合 $x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + \quad + x_s \quad _s = 0$，由 $= \quad _1 + \quad _2 + \quad + \quad _s$，K

$$
\begin{aligned}
& x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + \quad + x_s \quad _s \\
= \; & \tfrac{1}{s-1}[(2 \quad s)x_1 + x_2 + \quad + x_s](\quad\quad _1) \\
& + \tfrac{1}{s-1}[x_1 + (2 \quad s)x_2 + \quad + x_s](\quad\quad _2) \qquad ; \\
& + \quad + \tfrac{1}{s-1}[x_1 + x_2 + \quad + (2 \quad s)x_s](\quad\quad _s)
\end{aligned}
$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

12. y 假设 $_1;$ $_2; \cdots ;$ $_s$线性无关，考虑组合

x_1 $_1 +_2$[()]+[9 $_1$ 6610 9091 10 9090 01[(;) 1601[(;6 1601[(1)] 1510

617 9701 6 979

习题3.3(P_{115} P_{118})

12. y 假设 $_1$; $_2$; : : : ; $_s$线性无关，考虑组合

x_1 $_1$ +$_2$[()]+[9$_1$ 6610 9091 10 9090 01[(;) 1601[(;6 1601[(1)] 1510

617 9701 6 979

习题3.3(P_{115} P_{118})

所以

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{s-1}[(2 \quad s)x_1 + x_2 + \qquad + x_s](\qquad\quad {}_1)+\\
&\frac{1}{s-1}[x_1 + (2 \quad s)x_2 + \qquad + x_s](\qquad\quad {}_2)+\\
&\qquad + \frac{1}{s-1}[x_1 + x_2 + \qquad + (2 \quad s)x_s](\qquad\quad {}_s) = 0
\end{aligned}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

所以

$$\frac{1}{s-1}[(2\quad s)x_1+x_2+\quad +x_s](\quad {}_1)+$$
$$\frac{1}{s-1}[x_1+(2\quad s)x_2+\quad +x_s](\quad {}_2)+\qquad)$$
$$+\frac{1}{s-1}[x_1+x_2+\quad +(2\quad s)x_s](\quad {}_s)=0$$

$$\frac{1}{s-1}[(2\quad s)x_1+x_2+\quad +x_s]=0$$
$$\frac{1}{s-1}[x_1+(2\quad s)x_2+\quad +x_s]=0\qquad)$$
$$\vdots$$
$$\frac{1}{s-1}[x_1+x_2+\quad +(2\quad s)x_s]=0$$

$$(2\quad s)x_1+x_2+\quad +x_s=0$$
$$x_1+(2\quad s)x_2+\quad +x_s=0\qquad (\ )$$
$$\vdots$$
$$x_1+x_2+\quad +(2\quad s)x_s=0$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )的系数矩 为

$$A = \begin{pmatrix} 2 \;\; s & 1 & & 1 \\ 1 & 2 \;\; s & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & & 2 \;\; s \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )的系数矩 为

$$A = \begin{pmatrix} 2\ s & 1 & & 1 \\ 1 & 2\ s & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & & 2\ s \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1\ s & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1\ s \end{pmatrix},$$

3 $s \neq 1$时，系数矩 的阶梯形¥ Ì 个数为s，( )• 有0解，所以 $_1$; $_2$; ; $_s$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

( )的系数矩 为

$$A = \begin{pmatrix} 2 \quad s & 1 & & 1 \\ 1 & 2 \quad s & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & & \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115}　P_{118})

( )的系数矩　为

$$A = \begin{pmatrix} 2 \quad s & 1 & & 1 \\ 1 & 2 \quad s & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & & 2 \quad s \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 \quad s & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \quad s \end{pmatrix},$$

3 $s \neq 1$时，系数矩　的阶梯形¥Ì　个数为s，( )•有0解，所以 $_1;$ $_2;$ $;$ $_s$线性无关.

假设 $_1;$ $_2;$ $;$ $_s$线性无关，考虑组合

$$x_1(\quad\quad {}_1) + x_2(\quad\quad {}_2) + \quad + x_s(\quad\quad {}_s) = 0;$$

由于 $= \ _1 + \ _2 + \quad + \ _s$，且 $_1;$ $_2;$ $;$ $_s$线性无关，所以

习题3.3(P_{115} P_{118})

$$x_1(\qquad {}_1)+x_2(\qquad {}_2)+\qquad +x_s(\qquad {}_s)=0$$

, $$(x_2+x_3+\qquad +x_s)\ {}_1+(x_1+x_3+\qquad +x_s)\ {}_2$$

$$+\qquad +(x_1+x_2+\qquad +x_{s-1})\ {}_s=0$$

) $$\begin{cases} x_2+x_3+\qquad +x_s=0 \\ x_1+x_3+\qquad +x_s=0 \\ \vdots \\ x_1+x_2+\qquad +x_{s-1}=0 \end{cases}$$ ( )

习题3.3(P_{115} P_{118})

$$x_1(\quad {}_1) + x_2(\quad {}_2) + \quad + x_s(\quad {}_s) = 0$$

, $$(x_2 + x_3 + \quad + x_s)\ {}_1 + (x_1 + x_3 + \quad + x_s)\ {}_2$$
$$+ \quad + (x_1 + x_2 + \quad + x_{s-1})\ {}_s = 0$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + \quad + x_s = 0 \\ x_1 + x_3 + \quad + x_s = 0 \\ \vdots \\ x_1 + x_2 + \quad + x_{s-1} = 0 \end{cases}$$ ( )

( )系数矩

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & 1 \\ 1 & 0 & & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & & 0 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

$$x_1(\quad {}_1)+x_2(\quad {}_2)+\quad +x_s(\quad {}_s)=0$$

, $$(x_2+x_3+\quad +x_s)\ {}_1+(x_1+x_3+\quad +x_s)\ {}_2$$

$$+\quad +(x_1+x_2+\quad +x_{s-1})\ {}_s=0$$

$$\begin{cases} x_2+x_3+\quad +x_s=0\\ x_1+x_3+\quad +x_s=0\\ \vdots\\ x_1+x_2+\quad +x_{s-1}=0 \end{cases}$$

) ( )

( )系数矩

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & & 1\\ 1 & 0 & & 1\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & 1 & & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & 1\\ 0 & 1 & & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥Ì 个数为s，( )• 有0解，所以 $_1;$ $_2; \cdots;$ $_s$线性无关.

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥Ì 个数为s，( )•有0解，所以 $_1;$ $_2; : : : ;$ $_s$线性无关.

13. y

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥ Ì 个数为s，( ) • 有0解，所

以 $_{1}$; $_{2}$

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥ Ì 个数为s，( )• 有0解，所以 $_1;$ $_2;:::;$ $_s$线性无关.

13. y 因为 可以由 $_1;$ $_2;$ $;$ $_{s-1};$ $_s$线性表出，所以存3 系数$l_1;l_2;:::;l_s$，使 $= l_1 \; _1 + \quad + l_{s-1} \; _{s-1} + l_s \; _s$ ( )成立.

若$l_s = 0$， K $= l_1 \; _1 + \quad + l_{s-1} \; _{s-1}$，

即， 可以由 $_1;$ $_2;$ $;$ $_{s-1}$线性表出， ù 与已• 盾.

所以$l_s \neq 0$， K 由( )得 $_s = \frac{l_1}{l_s} \; _1 \quad \frac{l_{s-1}}{l_s} \; _{s-1} + \frac{1}{l_s}$ ，

所以 $_s$可以由 $_1;$ $_2;$ $;$ $_{s-1};$ 线性表出.

假设 $_s$可以由 $_1;$ $_2;$ $;$ $_{s-1}$线性表出，

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥ Ì 个数为s，( ) • 有0解，所以 $_1$; $_2$; : : : ; $_s$线性无关.

13. y 因为 可以由 $_1$; $_2$; ; $_{s-1}$; $_s$线性表出，所以存3系数$l_1; l_2; :::; l_s$，使 $= l_1 \ _1 + \ + l_{s-1} \ _{s-1} + l_s \ _s$ ( )成立.

若$l_s = 0$，K $= l_1 \ _1 + \ + l_{s-1} \ _{s-1}$，

即， 可以由 $_1$; $_2$; ; $_{s-1}$线性表出，ù与已• 盾.

所以$l_s \not= 0$，K由( )得 $_s = \frac{l_1}{l_s} \ _1 \qquad \frac{l_{s\ 1}}{l_s} \ _{s-1} + \frac{1}{l_s}$ ，

所以 $_s$可以由 $_1$; $_2$; ; $_{s-1}$; 线性表出.

假设 $_s$可以由 $_1$; $_2$; ; $_{s-1}$线性表出，K存3系数$k_1; k_2; :::; k_{s-1}$，使得 $_s = k_1 \ _1 + k_2 \ _2 + \ + k_{s-1} \ _{s-1}$.

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥ Ì 个数为s，( )• 有0解，所
以 ${}_1;$ ${}_2; \dots ;$ ${}_s$线性无关.

13. y 因为 可以由 ${}_1;\ {}_2;\ ;\ {}_{s-1};\ {}_s$线性表出，所以存
3 系数$l_1; l_2; \dots; l_s$，使 $= l_1\ {}_1 + \quad + l_{s-1}\ {}_{s-1} + l_s\ {}_s$ ( )成立.

若$l_s = 0$，K $= l_1\ {}_1 + \quad + l_{s-1}\ {}_{s-1}$，

即， 可以由 ${}_1;\ {}_2;\ ;\ {}_{s-1}$线性表出，ù与已• 盾.

所以$l_s \neq 0$，K由( )得 ${}_s = \frac{l_1}{l_s}\ {}_1 \quad \frac{l_{s\ 1}}{l_s}\ {}_{s-1} + \frac{1}{l_s}$ ，

所以 ${}_s$可以由 ${}_1;\ {}_2;\ ;\ {}_{s-1};$ 线性表出.

假设 ${}_s$可以由 ${}_1;\ {}_2;\ ;\ {}_{s-1}$线性表出，K存3系数
$k_1; k_2; \dots; k_{s-1}$，使得 ${}_s = k_1\ {}_1 + k_2\ {}_2 + \quad + k_{s-1}\ {}_{s-1}$.

2由( )，K $= (l_1 + l_s k_1)\ {}_1 + \quad + (l_{s-1} + l_s k_{s-1})\ {}_{s-1}$，
ù也与已• 盾.

习题3.3(P_{115} P_{118})

系数矩 的阶梯形¥ Ì 个数为s，( )• 有0解，所以 $_1;$ $_2; \cdots;$ $_s$线性无关.

13. y 因为 可以由 $_1;$ $_2;$; $_{s-1};$ $_s$线性表出，所以存3 系数$l_1; l_2; \cdots; l_s$，使 $= l_1 \ _1 + \ + l_{s-1} \ _{s-1} + l_s \ _s$ ( )成立.

若$l_s = 0$，K $= l_1 \ _1 + \ + l_{s-1} \ _{s-1}$，

即， 可以由 $_1;$ $_2;$; $_{s-1}$线性表出，ù 与已• 盾.

所以$l_s \neq 0$，K 由( )得 $_s = \frac{l_1}{l_s} \ _1 \quad \frac{l_{s-1}}{l_s} \ _{s-1} + \frac{1}{l_s}$ ，

所以 $_s$可以由 $_1;$ $_2;$; $_{s-1};$ 线性表出.

假设 $_s$可以由 $_1;$ $_2;$; $_{s-1}$线性表出，K 存 3 系数$k_1; k_2; \cdots; k_{s-1}$，使得 $_s = k_1 \ _1 + k_2 \ _2 + \ + k_{s-1} \ _{s-1}$.

2 由( )，K $= (l_1 + l_s k_1) \ _1 + \ + (l_{s-1} + l_s k_{s-1}) \ _{s-1}$，ù 也与已• 盾.

所以， $_s$不可以由 $_1;$ $_2;$; $_{s-1}$线性表出.

习题3.3(P_{115} P_{118})

14. y

习题3.3(P_{115} P_{118})

14. y 以 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\a&b&c\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

14. y 以 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\a&b&c\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$$

习题3.3(P_{115} P_{118})

14. y 以 $_1;\ _2;\ _3$为列构作矩

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ a & b & c\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

矩 A的阶梯形¥有3个Ì ，其列向量线性无关，

习题3.3(P_{115} — P_{118})

14. y 以 $_1;$ $_2;$ $_3$为列构作矩

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\a&b&c\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等行变换}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$$

矩 A的阶梯形¥有3个ì ，其列向量线性无关，即对任意的$a;b;c$，都有 $_1;$ $_2;$ $_3$线性无关.

Thank you!

Author: Ning Qun
Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
Email: Ning.qun@163.com