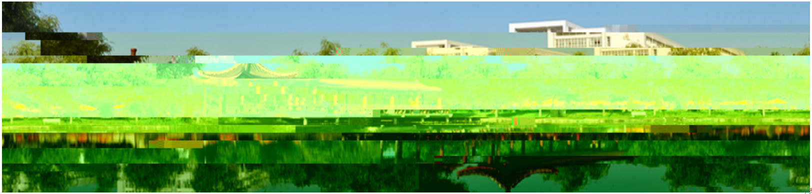
线 5 代 ê
第三 Ù：向量空间

宿州 Æ ê Æ 与统计 Æ



目录

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ m个n 维向量构成的向量组.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ m个n 维向量构成的向量组.
关注向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$的线 5 组

$$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$$

ž 系 ê $k_1, k_2, ..., k_m$的特征.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ m个n 维向量构成的向量组.

关注向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$的线 5 组

$$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \qquad + k_m\alpha_m = 0$$

ž 系 ê $k_1, k_2, ..., k_m$的特征.

因为当系 ê $k_1 = k_2 = \qquad = k_m = 0$ ž，

有$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \qquad + k_m\alpha_m = 0\alpha_1 + 0\alpha_2 + \qquad + 0\alpha_m = 0$ 成立.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ m个n 维向量构成的向量组.

关注向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$的线 5 组

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$$

ž 系 ê $k_1,k_2,...,k_m$的特征.

因为当系 ê $k_1=k_2=\qquad=k_m=0$ ž，

有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0\alpha_1+0\alpha_2+\qquad+0\alpha_m=0$ 成立.

由此产) 的问题 ´ ： 组 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$

ž， 系 ê $k_1,k_2,...,k_m$ ´ Ä一定要全取零？

3.3 向量组的线 5 相□□□□关□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

先看两个例子. 3 R^4(¢ ê 集上的四维向量空间)中，取

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

4

1

2

3

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

(1)假　存 3 系 ê x_1, x_2, x_3 ，　¦ 得

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0,$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

(1)假 存 3 系 ê x_1, x_2, x_3 ， ¦ 得

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0,$$

即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} = 0,$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

(1)假　存 3 系 ê x_1, x_2, x_3 ，¦得

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0,$$

即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\2\\ 1\\2\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}0\\1\\ 1\\0\end{pmatrix} = 0,$$

也 Ò ´

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 \quad x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程

组有唯一的)

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有唯一的) 即, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ´ • 程组唯一的) 向量.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程

组有唯一的) 即, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ´ • 程组唯一的) 向量.

也 Ò ´ 说:

若 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$, K 7 有 $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有唯一的) 即,
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
´ • 程组唯一的) 向量.

也 Ò ´ 说:

若$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$, K 7 有$x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

即, 只有当所有的系 ê x_1, x_2, x_3 全取0 ž , â 可以 ¦

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$$

成立.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有唯一的) 即, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ´ • 程组唯一的) 向量.

也 Ò ´ 说:

若$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$, K 7 有$x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

即, 只有当所有的系 ê x_1, x_2, x_3 全取0 ž, â 可以 ¦

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$$

成立.

2 换 é 话说,

对任意 ø 全为零的 ê x_1, x_2, x_3, 都有$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 \neq 0$.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

(2)假　存 3 系 ê x_1, x_2, x_3 ，¦得

$$x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = 0,$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

(2)假　存 3 系 ê x_1, x_2, x_3 ， ¦ 得

$$x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = 0,$$

即，

$$x_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}0\\1\\2\\2\end{pmatrix} = 0,$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

(2)假　存 3 系 ê x_1, x_2, x_3 ，¦ 得

$$x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = 0,$$

即，

$$x_1\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0,$$

也 ò ´

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 \quad 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有无 多), 通) 为$\begin{cases} x_1 = \quad x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$，其中$x_3$为自由未知量.

3.3 向量组的线5相关与线5无关(1)

由系ê Ý阵的初等1 C换(高斯消 {)，得齐次线5 •程组有无 多)， 通)为$\begin{cases} x_1 = \ \ x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$，其中$x_3$为自由未知量.

由于x_3 ´ 任意的，所以可取$x_3 = 1$， K存3 Ø全为0的系ê $x_1 = \ \ 1, x_2 = 1, x_3 = 1$， ¦得

$$(\ \ 1)\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有无 多) , 通) 为 $\begin{cases} x_1 = \quad x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ ，其中x_3为自由未知量.

由于x_3 ´ 任意的，所以可取$x_3 = 1$ ， K 存 3 Ø 全为0的系 ê $x_1 = \quad 1, x_2 = 1, x_3 = 1$, ¦ 得

$$(\quad 1)\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0.$$

R^4中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$与$\beta_1, \beta_2, \beta_3$的 0 3 于:

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有无 多), 通) 为 $\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ ，其中x_3为自由未知量.

由于x_3 ´ 任意的，所以可取$x_3 = 1$， K 存 3 Ø 全为0的系 ê $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$, ¦ 得

$$(1)\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0.$$

R^4中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$与$\beta_1, \beta_2, \beta_3$的 O 3 于：要 ¦ 组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$ 成立， 7 L 系 ê 全取0,

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有无 多) , 通) 为 $\begin{cases} x_1 = \ \ x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ ，其中x_3为自由未知量.

由于x_3 ´ 任意的，所以可取$x_3 = 1$ ， K 存 3 ø 全为0的系 ê $x_1 = \ \ 1, x_2 = 1, x_3 = 1$， ¦ 得

$$(\ \ 1)\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0.$$

R^4中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$与$\beta_1, \beta_2, \beta_3$的 0 3 于：要 ¦ 组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$ 成立， 7 L 系 ê 全取0， ¦ 组 $x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = 0$ 成立的系 ê ，既可以全取0，也存 3 ø 全为0的系 ê .

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由系 ê Ý 阵的初等 1 C 换(高斯消 {), 得齐次线 5 • 程组有无 多), 通) 为 $\begin{cases} x_1 = \quad x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 其中x_3为自由未知量.

由于x_3 ´ 任意的，所以可取$x_3 = 1$ ， K 存 3 Ø 全为0的系 ê $x_1 = \quad 1, x_2 = 1, x_3 = 1$, ¦ 得

$$(\quad 1)\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0.$$

R^4中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$与$\beta_1, \beta_2, \beta_3$的 0 3 于：要 ¦ 组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + x_3\alpha_3 = 0$ 成立， 7 L 系 ê 全取0， ¦ 组 $x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = 0$ 成立的β□ □□全取 □存 3 Ø 全

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

定义3.2 $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ n维向量空间F^n中m个向量构成的向量组.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

定义3.2 $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ n维向量空间F^n中m个向量构成的向量组.

若存 3 Ø 全为0的系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$ ，¦ 得

$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$

成立， K 称**向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$线 5 相关**；

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

定义3.2 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ n维向量空间F^n中m个向量构成的向量组.

若存 3 ø 全为0的系 ê $k_1,k_2,\ldots,k_m$ ， ¦ 得

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$$

成立， K 称向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$线 5 相关；

若只有当组 系 ê $k_1,k_2,\ldots,k_m$全取0 ž ， â 有

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$$

成立，

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

定义3.2 $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ n维向量空间F^n中m个向量构成的向量组.

若存 3 ø 全为0的系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$ ，¦得

$$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$$

成立， K 称向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$线 5 相关；

若只有当组 系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$全取0 ž， â 有

$$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$$

成立，即 ø 存 3 ø 全为0的系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$， ¦得

$$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$$

成立，

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

定义3.2 $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ n维向量空间F^n中m个向量构成的向量组.

若存 3 ø 全为0的系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$ ， ¦ 得

$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$

成立， K 称向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$线 5 相关；

若只有当组 系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$全取0 ž， â 有

$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$

成立，即 ø 存 3 ø 全为0的系 ê $k_1, k_2, \ldots, k_m$， ¦ 得

$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$

成立，或 ö 说，由线 5 组

$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \quad + k_m\alpha_m = 0$ ，

7 然可以得到 $k_1 = k_2 = \quad = k_m = 0$ ，

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

定义3.2 $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ n维向量空间F^n中m个向量构成的向量组.

若存 3 Ø 全为0的系 ê $k_1,k_2,\ldots,k_m$ ， ¦ 得

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$$

成立， K 称向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$线 5 相关；

若只有当组　系 ê $k_1,k_2,\ldots,k_m$全取0 ž， â 有

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$$

成立，即 Ø 存 3 Ø 全为0的系 ê $k_1,k_2,\ldots,k_m$， ¦ 得

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0$$

成立，或 ö 说，由线 5 组

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\qquad+k_m\alpha_m=0\text{ ，}$$

7 然可以得到 $k_1=k_2=\qquad=k_m=0$ ，

K 称向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$线 5 无关.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例中的4维向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ´ 线 5 无关的，$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ´ 线 5 相关的.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例中的4维向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ´ 线 5 无关的，$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ´ 线 5 相关的.

判断n维向量空间F^n中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ Ä 线 5 相关， 质上 Ò ´ 判断齐次线 5 • 程组

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \quad + x_m\alpha_m = 0$$

´ Ä 有 š 零) (š 平 …)).

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例中的4维向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ´ 线 5 无关的，$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ´ 线 5 相关的.

判断n维向量空间F^n中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ Ä 线 5 相关， 质上 Ò ´ 判断齐次线 5 • 程组

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \quad + x_m\alpha_m = 0$$

´ Ä 有 š 零) (š 平 …)).

若存 3 š 零)， K $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ 线 5 相关的；

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例中的4维向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ ´ 线 5 无关的，β_1,β_2,β_3 ´ 线 5 相关的.

判断n维向量空间F^n中的向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ Ä 线 5 相关， 质上 Ò ´ 判断齐次线 5 • 程组

$$x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\qquad+x_m\alpha_m=0$$

´ Ä 有 š 零) (š 平 …)).

若存 3 š 零)， K $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ 线 5 相关的；

若只有零 ） （ Ø 存 3 š 零 ） ）， K $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ 线 5 无关的.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

判断n维向量空间F^n中给定的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ Ä 线 5 相关的 Ú 骤 ´ ：

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

判断n维向量空间F^n中给定的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ Ä 线 5 相关的 Ú 骤 ´ :

(1) 出以向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$为列向量组的 Ý 阵$A$;

3.3 向量组的线5相关与线5无关(1)

判断n维向量空间F^n中给定的向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ Ä线5相关的Ú骤´：

(1) 出以向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$为列向量组的Ý阵$A$;

(2) 对A¢–初等1C换，化A为 梯/;

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

判断n维向量空间F^n中给定的向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$ ´ Ä 线 5 相关的 Ú 骤 ´ ：

(1) 出以向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$为列向量组的 Ý 阵$A$；

(2) 对A ¢ – 初等 1 C 换，化A为 梯 / ；

(3) 判断.若所得 梯 / Ý 阵的主 个 ê 等于向量个 ê， K 向量组线 5 无关；若所得 梯 / Ý 阵的主 个 ê 于向量个 ê， K 向量组线 5 相关.

例3.2 判断下列向量组 ´ 线 5 相关还 ´ 线 5 无关.

(1)$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\0\\3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\5\\1\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\4\\1\\2\end{pmatrix}$;

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？１初等１Ｃ换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1 C换，化其为　梯/

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

) 以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1C换，化其为　梯/

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1 C换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为 梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

) 以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$! \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{matrix} \right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1C换，化其为　梯/

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \ ! \ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} \ ! \ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$! \ \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 19 \\ & & \end{matrix} \right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1C换，化其为　梯/

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 19 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 19 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1C换，化其为　梯/

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 19 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} ! \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ & & \end{matrix} \right.$$

3.3 向量组的线5相关与线5无关(1)

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1C换，化其为　梯/

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 19 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组构作Ý阵，¿对其？1初等1C换，化其为　梯/

$$
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}
\ ! \
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}
\ ! \
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 10 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}
$$

$$
\ ! \
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 19 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}
\ ! \
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

梯/Ý阵中š零1个ê(主　个ê)等于向量个ê(其对应的齐次线5•程组只有零））， 所以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线5无关.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$(2)\alpha_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix};$$

）以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？1 初等 1 C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$(2)\alpha_1=\begin{pmatrix}3\\4\\2\\5\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\5\\0\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}5\\0\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}3\\3\\3\\5\end{pmatrix};$$

）以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$为列向量组构作 Ý 阵，¿对其？１初等１ C 换，化其为　梯 /

$$\begin{pmatrix}3&2&5&3\\4&5&0&3\\2&0&1&3\\5&3&2&5\end{pmatrix}\ ! \ \begin{pmatrix}1&2&4&0\\4&5&0&3\\2&0&1&3\\5&3&2&5\end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\left(\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ & & & \\ & & & \end{matrix}\right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\left(\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ & & & \end{matrix}\right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ & & & \end{array}\right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} \; ! \; \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{matrix}\right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} \; !$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ & & & \\ & & & \end{array} \right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 27 & 27 \\ & & & \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 27 & 27 \\ 0 & 0 & 83 & 83 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 27 & 27 \\ 0 & 0 & 83 & 83 \end{pmatrix} ! \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{matrix} \right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} \;!\; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} \;!$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 27 & 27 \\ 0 & 0 & 83 & 83 \end{pmatrix} \;!\; \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ & & & \\ & & & \end{matrix} \right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix}1&2&4&0\\0&13&16&3\\0&4&7&3\\0&13&18&5\end{pmatrix} \; ! \; \begin{pmatrix}1&2&4&0\\0&1&5&6\\0&4&7&3\\0&13&18&5\end{pmatrix} \; !$$

$$\begin{pmatrix}1&2&4&0\\0&1&5&6\\0&0&27&27\\0&0&83&83\end{pmatrix} \; ! \; \left(\begin{matrix}1&2&4&0\\0&1&5&6\\0&0&1&1\\ &&&\end{matrix}\right.$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 27 & 27 \\ 0 & 0 & 83 & 83 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 13 & 18 & 5 \end{pmatrix} !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 27 & 27 \\ 0 & 0 & 83 & 83 \end{pmatrix} ! \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

梯 / Ý 阵中 š 零 1 个 ê (主　个 ê)　于向量个 ê (其对应的齐次线 5 • 程组有 š 零)), 所以$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$线 5 相关.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定´线 5 相关的.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定 ´ 线 5 相关的.

因为只要将0向量的系 ê 取作1，其余向量的系 ê þ 取作0，其组 即为0向量.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定 ´ 线 5 相关的.

因为只要将0向量的系 ê 取作1，其余向量的系 ê þ 取作0，其组　即为0向量.

即，存 3 ø 全为0的系 ê (0向量的系 ê 为1)， ¦ 得其组为0 ，所以它线 5 相关.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定 ´ 线 5 相关的.

因为只要将0向量的系 ê 取作1，其余向量的系 ê þ 取作0，其组　即为0向量.

即，存 3 ø 全为0的系 ê (0向量的系 ê 为1)，¦ 得其组为0 ，所以它线 5 相关.

(2) 单个向量α组成的向量组线 5 相关

3.3 向量组的线5相关与线5无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定´线5相关的.

因为只要将0向量的系ê取作1，其余向量的系ê þ 取作0，其组　即为0向量.

即，存3 ø 全为0的系ê (0向量的系ê为1)，¦得其组为0 ，所以它线5相关.

(2) 单个向量α组成的向量组线5相关，存3系ê $k \neq 0$，¦得$k\alpha = 0$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定 ´ 线 5 相关的.

因为只要将0向量的系 ê 取作1，其余向量的系 ê þ 取作0，其组　即为0向量.

即，存 3 ø 全为0的系 ê (0向量的系 ê 为1)，¦ 得其组为0 ，所以它线 5 相关.

(2) 单个向量α组成的向量组线 5 相关，存 3 系 ê $k \neq 0$，¦ 得$k\alpha = 0$， $\alpha = 0$.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

2 给几个例子:

(1) 包含零向量的向量组一定´线 5 相关的.

因为只要将0向量的系 ê 取作1，其余向量的系 ê þ 取作0，其组　即为0向量.

即，存 3 ø 全为0的系 ê (0向量的系 ê 为1)，¦ 得其组为0 ，所以它线 5 相关.

(2) 单个向量α组成的向量组线 5 相关，存 3 系 ê $k \neq 0$，¦ 得$k\alpha = 0$， $\alpha = 0$.

即：单个向量α线 5 相关， $\alpha = 0$ ；

单个向量α 线 5 无关， $\alpha \neq 0$.

(3) 两个向量构成的向量组线 5 相关，它们的 © 量对应成 ' 例.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例如： $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$， K

α_1, α_2线 5 相关 ， $\frac{1}{2} = \frac{a}{1} = \frac{2}{b}$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例如： $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$， K

α_1, α_2线 5 相关 ， $\frac{1}{2} = \frac{a}{1} = \frac{2}{b}$ ， $a = \frac{1}{2}$ $b = 4.$

(4)向量组中若有两个向量相同， K 其一定线 5 相关.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

例如： $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$， K

α_1, α_2线 5 相关 ， $\frac{1}{2} = \frac{a}{1} = \frac{2}{b}$ ， $a = \frac{1}{2}$ $b = 4$.

(4)向量组中若有两个向量相同，K 其一定线 5 相关.

因为 3 向量组的线 5 组 中，将两个相同的向量的系 ê © 0 取1 (1)，其余的向量的系 ê 都取0， K 其线 5 组 为零 系 ê ø 全为0.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关

(5) $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ m个n维向量的向量组.若$m > n$，即向量组的向量个 ê 多于维 ê， K 其一定线 5 相关.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关

(5) $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ m个n维向量的向量组.若$m > n$，即向量组的向量个 ê 多于维 ê， K 其一定线 5 相关. 因为

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \qquad + x_m\alpha_m = 0$$

´ 未知量个 ê m多于 • 程个 ê n的齐次线 5 • 程组，一定有 š 零) .

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关

(5) $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ´ m个n维向量的向量组.若$m > n$，即向量组的向量个 ê 多于维 ê， K 其一定线 5 相关. 因为

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \quad + x_m\alpha_m = 0$$

´ 未知量个 ê m多于 • 程个 ê n的齐次线 5 • 程组，一定有 š 零) .

ε_k为第k个 © 量为1，其余 © 量全为0的n维向量，即

$$\varepsilon_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \varepsilon_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad , \varepsilon_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

称为F^n的规 ‰ 单位向量组，也称为 I 准单位向量组.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由于对任意的 ê $k_1, k_2, ..., k_n$ ，都有

$$k_1\varepsilon_1+k_2\varepsilon_2+\quad+k_n\varepsilon_n=$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由于对任意的 ê $k_1, k_2, ..., k_n$ ，都有

$$k_1\varepsilon_1 + k_2\varepsilon_2 + \quad + k_n\varepsilon_n = k_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\end{pmatrix} + \quad + k_n\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix} =$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由于对任意的ê $k_1, k_2, ..., k_n$ ，都有

$$k_1\varepsilon_1+k_2\varepsilon_2+\quad +k_n\varepsilon_n = k_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\end{pmatrix}+\quad +k_n\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix},$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由于对任意的 ê $k_1, k_2, ..., k_n$ ，都有

$$k_1\varepsilon_1 + k_2\varepsilon_2 + \qquad + k_n\varepsilon_n = k_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\end{pmatrix} + \qquad + k_n\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix},$$

所以

$$k_1\varepsilon_1 + k_2\varepsilon_2 + \qquad + k_n\varepsilon_n = 0$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由于对任意的 ê $k_1, k_2, ..., k_n$ ，都有

$$k_1\varepsilon_1+k_2\varepsilon_2+\quad+k_n\varepsilon_n = k_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\end{pmatrix}+\quad+k_n\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix},$$

所以

$$k_1\varepsilon_1+k_2\varepsilon_2+\quad+k_n\varepsilon_n=0 \ ,\ \begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix}=0$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

由于对任意的 ê $k_1, k_2, \ldots, k_n$ ，都有

$$k_1\varepsilon_1 + k_2\varepsilon_2 + \quad + k_n\varepsilon_n = k_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\end{pmatrix} + \quad + k_n\begin{pmatrix}0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix},$$

所以

$$k_1\varepsilon_1 + k_2\varepsilon_2 + \quad + k_n\varepsilon_n = 0 \;,\; \begin{pmatrix}k_1\\k_2\\\vdots\\k_n\end{pmatrix} = 0 \;,\; \begin{cases}k_1 = 0\\k_2 = 0\\\vdots\\k_n = 0\end{cases}$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

即，

F^n中的规‰单位向量组$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n$´线 5 无关的.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

即，

F^n中的规 ‰ 单位向量组$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ ´ 线 5 无关的.

对任意的向量$\alpha = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$，都有

$$a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \qquad + a_n\varepsilon_n =$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

即，

F^n中的规 ‰ 单位向量组$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ ´ 线 5 无关的.

对任意的向量$\alpha = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$，都有

$$a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \quad + a_n\varepsilon_n = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha,$$

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

综上，有

(6)F^n中规‰单位向量组$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n$ ´ 线 5 无关的，

任意的α 2 F^n，α都可以由$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n$线 5 L 出， 系 ê Ò ´ α相应的©量.

3.3 向量组的线 5 相关与线 5 无关(1)

综上，有

(6)F^n中规 ‰ 单位向量组$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ ´ 线 5 无关的，任意的α 2 F^n，α都可以由$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$线 5 L 出，系 ê Ò ´ α相应的 © 量.

I 要？一 Ú 探讨的问题：F^n中的向量组$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$满足 Ÿ 么条件，â 可以 ¦ F^n 中任意的向量β都可以由$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$线 5 L 出?

Thank you!

Author: Ning Qun
Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University