

线性代数教学大纲

‘S 编号: 16DL000407

‘S 名 i: 线性代数

英文名 i: Linear Algebra

总 ‘时/学分: 48/3 (其中 论课时: 48, 课内实验课时: 0, 课内实 , 课时: 0.)

一、概要

(一) ‘S 性质: 线 代数是 以矩阵 论 9 其 由

开课周次	内 N 安排 9 课时	册 注
第2周	x1:4 初等 与初等矩阵、逆矩阵的求法(3课时); 第1章习题课(1课时);	完成第一次书 作业
第3周	第1章习题课(1课时); x2:1 一般线 方程组(1课时); x2:2 线 方程组的高斯消元法(2课时);	完成第二次书 作业 完成第1章 p 习
第4周	x2:3 线 方程组解的情况 9 其判定准则(2课时); 第2章习题课(1课时); x3:1 线 方程组的另一种 示(1课时);	完成第 n 次书 作业 完成第2章 p 习
第5周	x3:2 n维线 方程组(2课时); x3:3 向 组的线 相关与线 无关(2课时);	督促 生 p 习
第6周	x3:3 向 组的线 相关与线 无关(1课时); 第3章前 n 节习题课(2课时); x3:4 向 组的秩(1课时);	完成第四次书 作业 督促 生 p 习
第7周	x3:4 向 组的秩(1课时); x3:5 向 组秩的求法、方程组有解的判定(2课时); x3:6 线 方程组解的结构(1课时);	督促 生 p 习
第8周	x3:6 线 方程组解的结构(1课时); 第3章 n 节习题课(2课时); x4:1 n阶方阵的 列式(1课时);	完成第五次书 作业 督促 生 p 习
第9周	x4:1 n阶方阵的 列式(0.5课时); x4:2 n阶 列式的 0 算(1.5课时); x4:3 n阶 列式的展开定 、克 姆法则(1.5课时); 第4章习题课(0.5课时);	督促 生 p 习
第10周	第4章习题课(1课时); x5:1 矩阵的等 d 、相似于合同(1课时); x5:2 矩阵的对角 (2课时);	完成第六次书 作业 督促 生 p 习

开课周次	内 N 安排 9 课时	册 注
第11周	第5章习题课(1课时); x5:3 矩阵的合同对角 (2课时); x5:4 矩阵合同对角 的应用——实二次 (1课时);	完成第七次书 作业 督促 生 p 习
第12周	x5:4 矩阵合同对角 的应用——实二次 (1课时); 第5章习题课(1课时); 应用题 ù 解(2课时);	完成第八次书 作业 督促 生完成 p 习

(五)教学建议:

(1) 把“初等 ”作为课程内 N 的“ 算法”, ò “抽象的线 代数 论”转为 象而具体的“ 作”过程, 实现线 代数内 N 的“具体 ”与“可 作”;

(2) 做教 过程的“有 <”, 搜 8 与 论知识 切相关的“实 S 案 与问题”, 倡导“问题驱动”的教 模式。ò 线 代数的教 内 N 与现实案 结合起 , 以“问题解决”作为处 教 内 N 的主要手段, 充分揭示蕴含在线 代数课程内 N 中的数 思想和模方法, 提高 习者对线 代数课程内 N 和思想方法的应用意识和应用能 ;

(3) 充分考虑现代 O 算工具对线 代数课程教 的影响, 结合 题 示 Matlab ^ ‡ 的一行 \ 运算功能, 鼓 生尝试使用 Matlab 等 ^ ‡ 解答习题 习;

(4) 向 组的线 相关 、向 组的秩、4 大线 无关组、 列式的 质、 列式的展开定 、矩阵可对角 的充要条 ‡、实对称矩阵的合同对角 等内 N, 数 论 谨, 逻 6 强。在教 过程中, 尽可能结合具体的 子予以解释、说 , 未 给予 格的数证 。

(5) 鼓 生课前预习, 课 多做习题, j 决反对作业抄袭 为。课前预习可以带着问题 习, 课堂 习 更有针对 , 提高 习型率。目前, “多做 习” E 公 @ 为是习数 的最有型方法和途径。

(六) • 核要求:

课程是一 考试课程。

依据线 代数课程教 改革方案, 课程考核 用“ 考+ 试”的方式进行 。

“ 考”是针对线 代数 论知识的考核。借助效园网络考试平台, 由考试系统在已知题库中随 抽 50道 择题供考生在1小时内解答完成, 成 1 由考试系统自动评定。

“ 试”是针对线 代数知识应用的考核。由教 中 e 干道 O 算题 证 题以 9 2-3道具有现实部景 能 用线 代数知识和思想方法解决的实 S 问题组成。要求考生在1小时内完成解答。

课程综合成 1 = 平时成 1 (30%) + 期末成 1 (70%);

平时成 1 = 考勤成 1 (40%) + 书 作业成 1 (40%) + 网络在线 习成 1 (20%);

期末成 1 = 考成 1 (40%) + 教 中 0 算 证 (20%) + 应用题 试成 1 (40%);

“书 作业成 1”是对 生完成《线 代数 习 》以 9 师课堂 置的作业完成情况的考核。 生应在指定时段,独 且正 (完成相应章节的习题解答, 按时提交, = 可得相应的书 作业成 1。

“网络在线 习成 1”是对 生 用效园网络平台“公共数 考试与 评系统”中习题完成情况的考核。“公共数 考试与 评系统”是对 效公共数 课 生都开放的 试平台, 位 课 生的登录系统的初始用 和 码均为个 < 号。 生 次登录系统 作答的情况,系统都 ò 自动 P 录。系统的自动 P 录 ò 作为“网络在线 习成 1”的主要依据。

二、教学内容

第1章 矩阵及其运算

主要教学目标: 了解矩阵的概念 9 其 示; 解初等矩阵、主元的概念; 能判断出对角矩阵、数 矩阵、单位矩阵、阶梯 矩阵等特殊矩阵; 解和掌握矩阵运算 9 其 质; 用矩阵运算关系对马尔科夫 模 等问题进 数 i 模; 解“初等 ”、“初等矩阵”与矩阵乘 之 m 的关系; ò 一般矩阵经过初等 为阶梯 矩阵, 能 出初等 对应的初等矩阵; 解逆矩阵的概念和 质, 解“ 初等 求逆矩阵”的原 ; 掌握“ 初等 求逆矩阵”的方法; 能把低阶(2阶、3阶)可逆矩阵 成初等矩阵的乘 ; 用初等 解可逆系数的矩阵方程 $AX = B$; 了解 Matlab ^ ‡ 在矩阵运算中的 { 单应用。

教学方法与教学手段: 以“ ù 授法”为主,适当结合多 体 示教 。

教学重点: 矩阵运算(\法、数 、乘法、转置)的定义 9 其 质; 用矩阵运算关系对马尔科夫 模 等问题进 数 i 模; 可逆矩阵的概念 9 其 质; 初等 、初等矩阵的概念,初等矩阵与初等 之 m 的关系; 可逆矩阵的初等矩阵分解; 初等 求矩阵的逆矩阵。

教学难点: 矩阵的乘法运算 9 其 质; 用矩阵运算关系对马尔科夫 模 等问题进 数 i 模; 初等矩阵与初等 之 m 的关系; 可逆矩阵的初等矩阵分解; 初等 求矩阵的逆矩阵。

教学内容及进度安排: 总课时: 9课时。

x1.1 矩阵的概念(1课时)

矩阵 论的 成和发展介绍。实 引 \ 矩阵概念, (多 体) 示实 中矩阵在实 S 意义下的运算。A 种重要的特殊矩阵 (对角 、 n 角 、 阶梯)。 用 Matlab ^ ‡ 示矩阵运算的 子。

x1:2 矩阵的关系和运算 (用2课时)

矩阵的相等。矩阵的 \ 法运算和 \ 法运算的 质。数与矩阵的乘 和 质。矩阵的乘法运算和乘法运算的 质, 乘法 满足交 律和消 律的 子。矩阵的转置和 质。城 乡 < 口流动模 (马尔科夫 模) 的 子。

x1:3 矩阵的逆 (1课时)

矩阵逆的一个引 。可逆矩阵和矩阵逆的定义。可逆矩阵的 质。一行特殊可逆矩阵的 子。 用 Matlab ^ ‡ 示矩阵求逆的 子。

作业: 完成第一次书 作业, 按时提交。

登录效园网“公共数 考试与 评系统”, 完成前 n 节的 试习题。

x1:4 初等 与初等矩阵、逆矩阵的求法 (3课时)

n 种初等 。初等 矩阵为阶梯 矩阵的 子, 用 Matlab ^ ‡ 示矩阵为阶梯 的 子。 n 种初等矩阵的符号 示, 子。初等矩阵左乘矩阵 A 与对 A 实施初等 的关系进 较的 子。初等 和初等矩阵 述矩阵可逆的充要条 ‡。初等 求矩阵逆的方法、 骤。初等 求矩阵逆的 子。求解以可逆矩阵为系数的矩阵方程 子。 用 Matlab ^ ‡ 示求解矩阵方程的 子。

习题课2课时。

作业: 完成第二次书 作业, 按时提交。

登录效园网“公共数 考试与 评系统”, 完成第一章 试题。

第2章 线性方 § 组

主要教学目标: 解线 方程组、系数矩阵、增广矩阵的概念; 能用线 方程组对某行实 S 问题 i 模; 能用矩阵 示线 方程组; 解高斯消元过程与增广矩阵的初等之 m 的对应关系; 用初等 下增广矩阵的 准 判断线 方程组解的情况; 用增广矩阵的初等 下的 准 , 恰当 择自由未知 , 出线 方程组的通解; 能用增广矩阵初等 下的 准 讨论系数中含 数的线 方程组解的情 (有解? 无解? 有解时, 解是否唯一, 有无穷多解时, 能 出通解)。

教学方法与教学手段: 以“ù 授法”为主, 适当结合多 体 示教 。

教学重点: 用线 方程组对实 S 问题进 i 模; 增广矩阵的初等 与高斯消元法之 m 的对应关系; 在增广矩阵的 准 (阶梯) 下讨论线 方程组 (齐次、非齐次) 解的情 ; 线 方程组 (齐次、非齐次) 有解判定定 (定 2.1、推论2.1、推论2.2); 含 数的线 方程组 (齐次、非齐次) 解的情 讨论; 一般线 方程组有解判定以 9 求解的 骤。

教学难点：增广矩阵的初等变换与高斯消元法之 m 的对应关系；含参数的线性方程组（齐次、非齐次）解的情况讨论。

教学内容及进度安排：总课时：6课时。

x2:1 一般线性方程组（1课时）

电路网络问题。诺尔曼经 L 的数模。 n 元线性方程、 n 元线性方程组、齐次线性方程组、线性方程组的解向、解 θ 、齐次线性方程组的非零解。

x2:2 线性方程组的高斯消元法（2课时）

线性方程组的初等变换。系数矩阵、增广矩阵。增广矩阵表示线性方程组。 $\sim$ 消元法解线性方程组的子。 $\sim$ 消元法解线性方程组与增广矩阵的初等变换解线性方程组的过程较的子。线性方程组无解的子。线性方程组有无穷多解的子。主元、自由未知、线性方程组的一般解。线性方程组解的情况。

x2:3 线性方程组解的情况 θ 其判定准则（2课时）

增广矩阵的准（阶梯）与线性方程组解的情况的关系讨论。线性方程组有解判定定理（定理 2.1）。求解系数含参数的线性方程组的子。齐次线性方程组解的情况（判定定理，推论 2.1，推论 2.2）。求解系数含参数的齐次线性方程组解的子。一般线性方程组有解判定以 θ 求解步骤。

习题课1课时。

作业：完成第 n 次书面作业，按时提交。

登录效园网“公共数学考试与评系统”，完成第二章试题。

第3章 向量空间

主要教学目标：解数组向量、向量的线性组合、线性相关、线性无关、向量的 4 大线性无关组、向量的秩等概念；掌握数组向量的运算 θ 其性质；解线性方程组的向量表示，能用向量语言描述线性方程组有解的等 d 条 $\dagger$ ；熟悉向量组线性相关的等 d 条 $\dagger$ 和 n 种等 d 述（组合述、线性组合述、方程组述）；解用矩阵的初等变换下的准判断向量组的线性相关（初等变换改变矩阵列向量的线性相关）；熟悉特殊向量组的线性相关以 θ 关于向量组线性相关的重要问题；通过问题，了解向量组线性相关和线性无关在证明方法和叙述模式 p 差异；熟悉关于向量的 4 大线性无关组和秩的重要问题，向量组（线性组合）所含的向量个数与线性相关的关系；掌握向量组秩的求法，能用向量组的秩判定线性方程组解的情况，能用向量组的秩求解含系数的线性方程组；熟悉齐次线性方程组解的性质和解的判定以 θ 解的结构定理，掌握齐次线性方程组基础解系的求解步骤和求解方法，能求出齐次线性方程组解空间 m ；解非齐次线性方程组与其导出齐次线性方程组的解向量之 m 的关系以 θ 一般线性方程组解 θ 的结构定理，能用导出齐次线性方程组的基础解系和方程组的特解，求一般线性方程组的解 θ 。

教学方法与教学手段：以“ $\hat{u}$ 授法”为主，适当结合多媒体示教。

教学重点：数组向量的运算及其性质；向量组线性相关的概念及其判定方法；向量组线性相关的 n 种同等的表述（组合表述、线性表述、方程组表述）；向量组线性相关的重要问题（3.4、3.5、3.7）；向量组的线性相关表述线性方程组有解的充要条件的定理（3.8、3.9，定理3.1）；向量组的4大线性无关组的概念及其性质定理（定理3.2、定理3.3、定理3.4、定理3.5、定理3.6、定理3.7）；向量组的4大线性无关组以 9 秩的求法，含参数的矩阵秩的讨论；线性方程组（齐次、非齐次）解的结构性质。

教学难点：向量组线性相关的概念及其判定方法；向量组的线性相关表述线性方程组有解的充要条件的定理（3.8、3.9，定理3.1）；向量组的4大线性无关组的概念及其性质定理（定理3.2、定理3.3、定理3.4、定理3.5、定理3.6、定理3.7）；初等改矩阵列向量的线性相关；含参数的矩阵秩的讨论。

教学内容及进度安排：总课时：16课时。

x3:1 线性方程组的另一种表示（0.5课时）

从系数认识线性方程组，由线性方程组改写成数组向量的运算式。

x3:2 n 维数组向量空间 m （2.5课时）

n 维数组向量的集合 F^n 。向量的相等。向量的乘法运算及其性质。数与向量的乘法运算及其性质。向量组的线性组合与线性表示，线性方程组的向量组合表示。用向量组的线性表示表述线性方程组有解的充要条件。向量能否给定向量组线性表示的判断方法（3.1）。

x3:3 向量组的线性相关与线性无关（3课时）

向量组的线性相关与线性无关。向量组线性相关的判定及其性质。若干特殊向量组的线性相关。向量组线性相关的 n 种等价的表述。部分与整体的相关关系。证明向量组线性相关的几个定理（3.4、3.5）。线性相关的向量组中求一个向量可以另外向量的线性表示的定理（3.6）。伸缩组与缩短组线性相关之 m 的关系（3.7）。向量组的线性相关表述线性方程组有解的充要条件（3.8、3.9，定理3.1）。

习题课（2课时）。

作业：完成第四次书面作业，按时提交。

登录效园网“公共数考试与评系统”，完成第 n 章前 n 节试题。

x3:4 向量组的秩（2课时）

4大线性无关组。向量组中的一个向量都可以由向量组的4大线性无关组线性表示（定理3.2）。向量组的线性表示与等价的性质。同一个向量组的几个4大线性无关组等价。向量个数多的向量组与向量个数少的向量组线性表示，多的一定线性相关（定理3.3）。

3.3, 推论3.2、3.3, 只解释 (证)。同一个向量组的4大线无关组所含的向量个数相等(定 3.4)。向量组秩的定义。等 d 向量组有相同的秩(定 3.5)。秩为 r 的向量组中 r 个向量构成的线无关的分组都是其4大线无关组(定 3.6, 只解释 (证))。向量组的秩与向量的线出(定 3.7, 只解释 (证))。

x3:5 向量组秩的求法、方程组有解的判定(2课时)

初等变换下, 矩阵列向量的 r 意分组的线相关 (定 3.8, 只解释 (证))。初等变换下矩阵的阶梯中, 主元的个数 = 为其列向量的秩, 主元所对应的列 = 为原矩阵列向量的4大线无关组所对应的列(定 3.9, 只解释 (证))。求解向量组的4大线无关组的子。讨论含 n 数矩阵秩的子。线方程组有解当且仅当系数矩阵的秩等于增广矩阵的秩(定 3.10)。用秩讨论含 n 数线方程组的解(3.12)。

x3:6 线方程组解的结构(2课时)

线方程组解的一般式。齐次线方程组解向量的质。基础解系。齐次线方程组解8的结构定 (定 3.11)。求解齐次线方程组的方法、步骤、题。非齐次线方程组解向量的质。非齐次线方程组解8的结构定 (定 3.12)。求解非齐次线方程组方法、步骤、题。

习题课2课时。

作业: 完成第五次书面作业, 按时提交。

登录效园网“公共数考试与评系统”, 完成第 n 章 n 节的试题。

第4章 行列式

主要教学目标: 熟悉行列式的定义以 n 反对称、线性质与初等矩阵乘之 m 的关系; 熟悉特殊矩阵的行列式, 用行列式的性质 0 算行列式; 掌握行列式的展开定; 掌握伴随矩阵 9 其应用(求可逆矩阵的逆矩阵); 了解克姆法则 9 其应用。

教学方法与教学手段: 以“ $\dot{u}$ 授法”为主, 适当结合多媒体示教。

教学重点: 行列式的运算性质; 行列式的 0 算。矩阵可逆当且仅当其行列式等于零; 转置改变行列式的值; 余子式、代数余子式、伴随矩阵; 用伴随矩阵求可逆矩阵的逆矩阵; 行列式的按(列)展开定。

教学难点: 行列式的定义; 行列式的 0 算; 行列式运算性质的初等矩阵述; 矩阵乘的行列式等于行列式的乘; 行列式的展开定; 克姆法则。

教学内容及进度安排: 总课时: 6课时。

x4:1 n 阶方阵的行列式(1.5课时)

行列式的定义。行列式的运算性质(结合子进说)。行列式的反对称、线性质的初等矩阵乘述。特殊矩阵的行列式。

x4:2 n 阶行列式的 0 算(1.5课时)

n 阶矩阵的行列式。矩阵乘法的行列式等于行列式之积。为逆矩阵的行列式等于行列式之倒数的行列式。转置改变行列式的符号。行列式 0 的矩阵不可逆 (4.2)。

x4.3 n 阶行列式的展开定理、克莱姆法则 (1.5 课时)

分块矩阵及其运算的性质。一个引理 (引理 4.1、引理 4.2, 只解释证明)。余子式、代数余子式。某一列只有一个非零元素的行列式的展开 (引理 4.3, 只解释证明)。行列式按行 (按列) 展开定理 (定理 4.3、定理 4.4、定理 4.5, 只解释证明)。伴随矩阵及其运算性质, 用伴随矩阵求逆矩阵的性质。克莱姆法则。

习题课 1.5 课时。

作业: 完成第六次书面作业, 按时提交。

登录效园网“公共数学考试与评系统”, 完成第四章测试题。

第5章 矩阵的等价、相似与合同

主要教学目标: 熟悉矩阵的等价、相似、合同等概念; 熟悉矩阵的等价准则及其表示; 掌握与矩阵等价相关的重要问题, 解决一个矩阵等价的充要条件, 判断一个矩阵是否等价; 解决矩阵可以对角化的充要条件; 求矩阵的特征值和特征向量; 了解特征向量的性质; 能求出可逆矩阵 P 以 A 对角矩阵 D , 使得 $P^{-1}AP = D$; 了解实数域上向量的内积、长度等概念; 用施密特正交方法对线性无关的向量组进行施密特正交; 求正交矩阵 P , 使得实对称矩阵 A 满足 $P^{-1}AP = D$, 能得出这行结论用于实二次型; 熟悉实二次型的矩阵表示, 了解二次型的正定、负定的判定。

教学方法与教学手段: 以“讲授法”为主, 适当结合多媒体示教。

教学重点: 矩阵的等价、相似、合同概念; 矩阵的等价准则, 矩阵等价的充要条件; 矩阵的等价分解; 矩阵的特征值与特征向量及其计算; 矩阵相似于对角阵的充要条件; 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵; 施密特正交方法; 对称矩阵合同与对角阵; 正交逆矩阵 P 的存在及其求法, 使得实对称矩阵 A 满足 $P^{-1}AP$ 为对角阵; 正交实二次型为标准的理论与方法、步骤。

教学难点: 矩阵的等价分解及其应用; 矩阵相似于对角阵的充要条件; 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵; 正交逆矩阵 P 的存在及其求法, 使得实对称矩阵 A 满足 $P^{-1}AP$ 为对角阵; 正交实二次型为标准的理论与计算。

教学内容及进度安排: 总课时: 9 课时。

x5.1 矩阵的等价、相似与合同 (1 课时)

矩阵的等价与等价矩阵 (定理 5.1)。矩阵的等价分解 (定理 5.2)。矩阵的相似与对角化。矩阵的合同。

x5.2 矩阵的对角化 (2 课时)

矩阵的特征值与特征向。矩阵可对角 的充要条 $\dagger$ (定 5.3)。属于 同特征值的特征向 线 无关 (定 5.4)。矩阵的特征多项式。求解矩阵的特征值与特征向 的方法、 骤。求解可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵的 子。

习题课1课时。

作业: 完成第七次书 作业, 按时提交。

登录效园网“公共数 考试与 评系统”, 完成第五章前二节 试题。

x5:3 矩阵的合同对角 (2课时)

向 的内 运算和 质。实数组向 的单位 。施 特正交 公式、 子。正交矩阵的 子。实对称矩阵属于 同特征值的特征向 正交。求解正交矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵的 子。

x5:4 矩阵合同对角 的应用{实二次 (2课时)

二次 的对称矩阵 示。非退 的线 替 二次 为 准 9 其矩阵运算 示。求可逆的线 替 , 实二次 为 准 的方法 骤以 9 子 (5.5、 5.6)。

习题课1课时。

作业: 完成第八次书 作业, 按时提交。

登录效园网“公共数 考试与 评系统”, 完成第五章 试题。

第6章 应用题

主要教学目标: 通过案 , 揭示线 代数课程知识体系中蕴含的数 模 方法, 提高学生 用线 代数的知识体系和思想方法解决实 S 问题的能 。

教学方法与教学手段: 以“ù授法”为主, 结合案 分析教 和多 体 示教 。

教学重点: 根据实 S 问题, 有型的 择线 代数的知识和思想, 进 合 的 i 模。

教学难点: 有型进 数 i 模, ò 实 S 问题抽象为数 问题。

教学内容及进度安排: 总课时: 2课时。

在已有的应用案 库中, 择4个具有代 的案 , 进 详细的分析ù解(2课时)。

制订人: 宁 +

教研室主任: 张光

院 • : 宁 +

二〇一七年十月