

线性“数

第四章：行列式

习题解 %

宿州学院 数学与统计学院



目录

① 习题4.1

② 习题4.2

③ 习题4.3



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

交换1、4行

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

交换1、4行

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

[illegible]

(2)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$





习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换2、3行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 = 1$$

(2)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}
 = -$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换2、3行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 = 1$$

(2)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}$$

对角矩阵的行列式

习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换2、3行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 = 1$$

(2)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{对角矩阵的行列式}}
 = -(3 \times 2 \times 4 \times (-1))$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换2、3行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 = 1$$

(2)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{对角矩阵的行列式}}
 = -(3 \times 2 \times 4 \times (-1)) = 24$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

交换1、4行

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

交换1、4行

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1、4行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{上三角行列式}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$$

= -1



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

交换1、4行

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{交换1, 4行}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{上三角行列式} = -1$$

(4)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{交换1、4行} \\
 \\
 = - \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{上三角行列式} \\
 \\
 = -1
 \end{array}$$

(4)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 1 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{交换1、4行} \\
 \\
 = - \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 1 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{交换1、4行} \\
 \\
 = - \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{上三角行列式} \\
 \\
 = -1
 \end{array}$$

(4)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 1 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{交换1、4行} \\
 \\
 = - \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 1 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{第4行加到第2行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

0	0	0	1
0	1	0	-1
0	0	1	0
1	0	0	0

交换1、4行

 $= -$

1	0	0	0
0	1	0	-1
0	0	1	0
0	0	0	1

上三角行列式

 $= -1$

(4)由行列式的性质,

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 0 & 1 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{交换1、4行} \\
 \\
 = -
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 1 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第4行加到第2行} \\
 \\
 = -
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 5 & 0 & 4 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1))$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1)) = 24$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1)) = 24$$

2.证明



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1)) = 24$$

$$2. \text{证明 (1)} \quad \begin{vmatrix} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1)) = 24$$

$$2. \text{证明 (1)} \quad \begin{vmatrix} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= - (3 \times 2 \times 4 \times (-1)) = 24$$

$$\begin{array}{ccc} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$

第3行乘(-1)加到第2行

$$\begin{array}{ccc} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$



下三角行列式

$$= \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 24$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= 24$$

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1))$$

$$\begin{array}{ccc} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$

2.证明 (1)

第3行乘(-1)加到第2行

$$\begin{array}{ccc} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$

第2行的 $-k$ 倍加到第1行

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

下三角行列式

$$= 24$$

$$= -(3 \times 2 \times 4 \times (-1))$$

$$2. \text{证明 (1)} \quad \begin{vmatrix} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行

$$= \begin{vmatrix} a_1 + kb_1 & a_2 + kb_2 & a_3 + kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第2行的 $-k$ 倍加到第1行

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{vmatrix} b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\ a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 2(a_1 + b_1 + c_1) & 2(a_2 + b_2 + c_2) & 2(a_3 + b_3 + c_3) \\
 = & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 2(a_1 + b_1 + c_1) & 2(a_2 + b_2 + c_2) & 2(a_3 + b_3 + c_3) \\
 = & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第2行有公因数2



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 2(a_1 + b_1 + c_1) & 2(a_2 + b_2 + c_2) & 2(a_3 + b_3 + c_3) \\
 = & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第2行有公因数2

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 + b_1 + c_1 & a_2 + b_2 + c_2 & a_3 + b_3 + c_3 \\
 = 2 & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 2(a_1 + b_1 + c_1) & 2(a_2 + b_2 + c_2) & 2(a_3 + b_3 + c_3) \\
 = & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第2行有公因数2

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 + b_1 + c_1 & a_2 + b_2 + c_2 & a_3 + b_3 + c_3 \\
 = 2 & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第2行, 第1行乘(-1)加到第3行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 2(a_1 + b_1 + c_1) & 2(a_2 + b_2 + c_2) & 2(a_3 + b_3 + c_3) \\
 = & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第2行有公因数2

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 + b_1 + c_1 & a_2 + b_2 + c_2 & a_3 + b_3 + c_3 \\
 = 2 & c_1 + a_1 & c_2 + a_2 & c_3 + a_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第2行, 第1行乘(-1)加到第3行

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 + b_1 + c_1 & a_2 + b_2 + c_2 & a_3 + b_3 + c_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解 交换D的第1、5行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解 交换 D 的第1、5行

$$= -m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行 用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行

$$= -m$$

用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -2^5 m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行

$$= -m$$

用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -2^5 m$$

用(-3)乘第2行加到第4行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行

$$= -m$$

用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -2^5 m$$

用(-3)乘第2行加到第4行

$$= -2^5 m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行 用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -m \qquad = -2^5 m$$

用(-3)乘第2行加到第4行 用 $\frac{1}{4}$ 乘第2行

$$= -2^5 m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行 用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -m \qquad = -2^5 m$$

用(-3)乘第2行加到第4行 用 $\frac{1}{4}$ 乘第2行

$$= -2^5 m \qquad = -2^5 \left(\frac{1}{4}\right) m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

第2行加到第1行, 第3行加到第1行

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2 & -b_1 & -b_2 & -b_3 \\
 & -c_1 & -c_2 & -c_3
 \end{array}$$

第2行有公因数(-1), 第3行有公因数(-1)

$$\begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = 2(-1)(-1) & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 = 2 \begin{array}{rrr}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

3.解

交换 D 的第1、5行 用2乘行列式的所有元素, 5阶行列式

$$= -m \quad = -2^5 m$$

用(-3)乘第2行加到第4行 用 $\frac{1}{4}$ 乘第2行

$$= -2^5 m \quad = -2^5 \left(\frac{1}{4}\right) m = -8m$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

4.解



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

4.解 (1)

$$\begin{array}{cccc} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

4.解 (1)

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ g



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

4.解 (1)

$$\begin{pmatrix}
 0 & \cdots & 0 & 1 \\
 0 & \cdots & 1 & 0 \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 1 & \cdots & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ 行

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\
 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 1 & \cdots & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

$= (-1)^{n-1}$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2$ 行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2, g$

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \\
 = & (-1)^{n-1}(-1)^{n-2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2 g$

$$\begin{array}{ccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 = (-1)^{n-1}(-1)^{n-2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0
 \end{array}$$

再将第 n 交换至第 3 行, 交换 $n-3 g$, ..., 交换第 $n, n-1$ 行, 交换 $1 g$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2$ g

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \\
 &= (-1)^{n-1}(-1)^{n-2}
 \end{aligned}$$

再将第 n 交换至第 3 行, 交换 $n-3$ g , ..., 交换第 $n, n-1$ 行, 交换 1 g

共进行 $n-1 + n-2 + \cdots + 2 + 1$ g 相邻两行交换



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2$ g

$$\begin{array}{ccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 = (-1)^{n-1}(-1)^{n-2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0
 \end{array}$$

再将第 n 交换至第 3 行, 交换 $n-3$ g , ..., 交换第 $n, n-1$ 行, 交换 1 g

共进行 $n-1 + n-2 + \cdots + 2 + 1$ g 相邻两行交换

$$\begin{array}{ccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 = (-1)^{n-1}(-1)^{n-2} \cdots (-1)^2(-1) & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

$$(2) \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$







习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

$$(2) \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

第1行有公因数 d_1 ,第2行有公因数 d_2 ,...,第 n 行有公因数 d_n

$$= d_1 d_2 \cdots d_n \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

利用第(1)小题结论



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}. \\
 &\quad \begin{matrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

(2)

第1行有公因数 d_1 ,第2行有公因数 d_2 ,...,第 n 行有公因数 d_n

$$\begin{aligned}
 &= d_1 d_2 \cdots d_n \begin{matrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

利用第(1)小题结论

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} d_1 d_2 \cdots d_n.$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$(3) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 (3) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\
 n & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{array}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ g



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccccc}
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 (3) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\
 n & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{array}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ 行

$$\begin{array}{ccccc}
 n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 = (-1)^{n-1} & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 (3) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\
 n & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{pmatrix}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ 次

$$\begin{pmatrix}
 n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1
 \end{pmatrix}$$

$$= (-1)^{n-1} \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1
 \end{pmatrix}$$

对角形行列式, 等于对角元之积



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 (3) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\
 n & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{pmatrix}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ 次

$$\begin{pmatrix}
 n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1
 \end{pmatrix}$$

$$= (-1)^{n-1} \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1
 \end{pmatrix}$$

对角形行列式, 等于对角元之积

$$= (-1)^{n-1} n!$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 (4) & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\
 & 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 & n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 (4) & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\
 & 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 & n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{array}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ 行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 (4) & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\
 & 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 & n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{array}$$

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 2, 1 行, 将第 n 行换至第 1 行, 交换 $n-1$ 行

$$\begin{array}{cccccc}
 n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\
 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0
 \end{array}$$

$= (-1)^{n-1}$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2, g$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

依 g 交换第 $n, n-1$ 行, 第 $n-1, n-2$ 行, ..., 第 3, 2 行, 将第 n 行换至第 2 行, 交换 $n-2$ g

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} n & 0 & & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n-1 & & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & \cdots & n-2 \end{matrix} \\
 &= (-1)^{n-1}(-1)^{n-2}
 \end{aligned}$$



依 g 交换第 $n, n -$

对角形行列式，等于对角元之积



依 g 交换第 $n, n -$

对角形行列式，等于对角元之积



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

5.证明



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{cc}
 a_1 & a_2 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 \quad b_2 \\
 a_1 + b_1 & a_2
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行, 值不变

$$\begin{array}{cc}
 a_1 & \bar{a}
 \end{array}$$

=



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}$$

两行相同，值为0



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{两行相同，值为0} \\
 = 0
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{两行相同，值为0} \\
 = 0
 \end{array}$$

(2)若 $a_1 = 0$ ，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \text{两行相同，值为0} \\ = 0 \end{array}$$

(2)若 $a_1 = 0$ ，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & 0 & 0 \\
 \text{若 } a_1 \neq 0, & b_1 & 0 & 0 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{两行相同，值为0} \\
 = 0
 \end{array}$$

(2)若 $a_1 = 0$ ，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & 0 & 0 \\
 \text{若 } a_1 \neq 0, & b_1 & 0 & 0 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}$$

第1行乘 $(-\frac{b_1}{a_1})$ 加到第2行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 5. \text{证明 (1)} & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3
 \end{array}$$

第1行乘(-1)加到第3行, 值不变

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & a_2 & a_3 \\
 = & b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 & b_2 & b_3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{两行相同, 值为0} \\
 = 0
 \end{array}$$

(2)若 $a_1 = 0$, 则行列式的第1行元素全为0, 行列式的值为0;

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & 0 & 0 \\
 \text{若 } a_1 \neq 0, & b_1 & 0 & 0 \\
 & c_1 & c_2 & c_3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{第1行乘 } (-\frac{b_1}{a_1}) \text{ 加到第2行} \\
 = \begin{array}{ccc} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{array}
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

$$= 0$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

$$= 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

$$= 0$$

$$(3) \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{array}$$

第1行加到第2行



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

$$= 0$$

$$\begin{array}{cccc}
 1 & -1 & 2 & 3 \\
 2 & 3 & 4 & 5 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 1 & 4 & 2 & 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到第2行} \\
 \\
 = \\
 \begin{array}{cccc}
 1 & -1 & 2 & 3 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 1 & 4 & 2 & 2
 \end{array}
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

$$= 0$$

$$\begin{array}{cccc}
 1 & -1 & 2 & 3 \\
 2 & 3 & 4 & 5 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 1 & 4 & 2 & 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到第2行} \\
 \\
 = \\
 \begin{array}{cccc}
 1 & -1 & 2 & 3 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 1 & 4 & 2 & 2
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \text{两行相同,值为0}
 \end{array}$$



习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

$$= 0$$

$$\begin{array}{cccc}
 1 & -1 & 2 & 3 \\
 2 & 3 & 4 & 5 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 1 & 4 & 2 & 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到第2行} \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \begin{array}{cccc}
 1 & -1 & 2 & 3 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 3 & 2 & 6 & 8 \\
 1 & 4 & 2 & 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{两行相同,值为0} \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$





习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{第1行乘} -\frac{c}{a} \text{加到第2行} \\ a \quad b \\ 0 \quad d - b\frac{c}{a} \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a})$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array}$$

交换第1,2行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = - & \end{array} \begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array}$$

交换第1,2行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} & a & b & & \\ & c & d & = & \\ & & & a & b \\ & & & 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} & a & b & & \\ & c & d & = - & \\ & & & c & d \\ & & & a & b \end{array}$$

交换第1,2行

第1行乘 $-\frac{a}{c}$ 加到第2行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} & a & b & & \\ & c & d & = & \\ & & & a & b \\ & & & 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} & a & b & & \\ & c & d & = - & \\ & & & c & d \\ & & & a & b \end{array}$$

交换第1,2行

$$= - \begin{array}{cc|cc} & c & d & & \\ & a & b & = - & \\ & & & c & d \\ & & & 0 & b - d\frac{a}{c} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{a}{c}$ 加到第2行



习题



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \xrightarrow{\text{第1行乘} -\frac{c}{a} \text{加到第2行}} \begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ 0 & d - b\frac{c}{a} & & \end{array}$$

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = - & \end{array} \xrightarrow{\text{交换第1,2行}} \begin{array}{cc|cc} c & d & & \\ a & b & = - & \end{array} \xrightarrow{\text{第1行乘} -\frac{a}{c} \text{加到第2行}} \begin{array}{cc|cc} c & d & & \\ 0 & b - d\frac{a}{c} & & \end{array}$$

上三角行列式

$$= -c(b - d\frac{a}{c}) = ad - bc.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \stackrel{\text{第1行乘} -\frac{c}{a} \text{加到第2行}}{=} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \stackrel{\text{交换第1,2行}}{=} - \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \stackrel{\text{第1行乘} -\frac{a}{c} \text{加到第2行}}{=} - \begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b - d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= -c(b - d\frac{a}{c}) = ad - bc.$$

若 $a = c = 0$, 则由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1. 解 若 $a \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{array}$$

第1行乘 $-\frac{c}{a}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= a(d - b\frac{c}{a}) = ad - bc.$$

若 $c \neq 0$, 则

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = - & \end{array} \begin{array}{cc} c & d \\ a & b \end{array} = - \begin{array}{cc} c & d \\ 0 & b - d\frac{a}{c} \end{array}$$

交换第1,2行 第1行乘 $-\frac{a}{c}$ 加到第2行

上三角行列式

$$= -c(b - d\frac{a}{c}) = ad - bc.$$

若 $a = c = 0$, 则由行列式的性质,

$$\begin{array}{cc|cc} a & b & & \\ c & d & = & \end{array} \begin{array}{cc} a & b \\ 0 & d \end{array} = 0 = ad - bc.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} =$$





习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$$





习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$$

(2)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1) \times 1$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$$

(2)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1) \times 1 = 5.$$













习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$$

(2)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1) \times 1 = 5.$$

(3)
$$\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2b.$$

(4)
$$\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$$

(5)
$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^2 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

(1)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$$

(2)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1) \times 1 = 5.$$

(3)
$$\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2b.$$

(4)
$$\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$$

(5)
$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^2 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$$

$$= (x-1)(x^2+x+1) - 1 \times x^2$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

综上,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1) \times 1 = 5.$$

$$(3) \begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2b.$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$$

$$(5) \begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^2 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$$

$$= (x-1)(x^2+x+1) - 1 \times x^2 = x^3 - x^2 - 1.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \begin{array}{cc} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2}} \cdot \frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \frac{2t}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2} \quad \frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2}} \cdot \frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$

$$2. \text{解 (1)} \quad \begin{array}{cccc} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2}} \quad \frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1+t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$

交换1, 4两行

$$\begin{array}{cccc} 2. \text{解 (1)} & 3 & 1 & -1 & 2 \\ & -5 & 1 & 3 & -4 \\ & 2 & 0 & 1 & -1 \\ & 1 & -5 & 3 & -3 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2}} \cdot \frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$

2.解 (1)

$$\begin{array}{cccc}
 3 & 1 & -1 & 2 \\
 -5 & 1 & 3 & -4 \\
 2 & 0 & 1 & -1 \\
 1 & -5 & 3 & -3
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1, 4两行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & -5 & 3 & -3 \\
 -5 & 1 & 3 & -4 \\
 2 & 0 & 1 & -1 \\
 3 & 1 & -1 & 2
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \quad \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2}} \cdot \frac{\frac{2t}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$

2.解 (1)

$$\begin{array}{cccc}
 3 & 1 & -1 & 2 \\
 -5 & 1 & 3 & -4 \\
 2 & 0 & 1 & -1 \\
 1 & -5 & 3 & -3
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{交换1, 4两行}}
 \begin{array}{cccc}
 1 & -5 & 3 & -3 \\
 -5 & 1 & 3 & -4 \\
 2 & 0 & 1 & -1 \\
 3 & 1 & -1 & 2
 \end{array}
 = -$$

第1行分别乘5, (-2), (-3)加到第2, 3, 4行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(6) \frac{\frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \frac{2t}{1+t^2}}{\frac{-2t}{1+t^2} \quad \frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$

$$\begin{array}{cccc} & 3 & 1 & -1 & 2 \\ 2. \text{解 (1)} & -5 & 1 & 3 & -4 \\ & 2 & 0 & 1 & -1 \\ & 1 & -5 & 3 & -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{交换1, 4两行} \\ \\ \\ = - \end{array} \begin{array}{cccc} & 1 & -5 & 3 & -3 \\ & -5 & 1 & 3 & -4 \\ & 2 & 0 & 1 & -1 \\ & 3 & 1 & -1 & 2 \end{array}$$

第1行分别乘5, (-2), (-3)加到第2, 3, 4行

$$\begin{array}{cccc} & 1 & -5 & 3 & -3 \\ = - & 0 & -24 & 18 & -19 \\ & 0 & 10 & -5 & 5 \\ & 0 & 16 & -10 & 11 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5，交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3, 4行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3, 4行

$$= 5 \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{pmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3, 4行

交换3, 4行, 第3行(-3)倍加到第4行

$$= 5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{pmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3, 4行

$$= 5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

交换3, 4行, 第3行(-3)倍加到第4行

$$= 5(-1) \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{pmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3, 4行

$$= 5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

交换3, 4行, 第3行(-3)倍加到第4行

$$= 5(-1) \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{pmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3, 4行

$$= 5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

交换3, 4行, 第3行(-3)倍加到第4行

$$= 5(-1) \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

上三角行列式

$$= 5(-1) \times 1 \times 2 \times (-2) \times 2$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第3行公因数5, 交换2, 3两行

$$= (-1)(-1)5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{pmatrix}$$

第2行分别乘12, (-8)加到第3,4行

$$= 5 \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

交换3,4行, 第3行(-3)倍加到第4行

$$= 5(-1) \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

上三角行列式

$$= 5(-1) \times 1 \times 2 \times (-2) \times 2 = 40.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(2) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(2)

3	1	1	1
1	3	1	1
1	1	3	1
1	1	1	3

各行加到第1行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 3 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{各行加到第1行} \\
 \\
 = \\
 \begin{array}{cccc}
 6 & 6 & 6 & 6 \\
 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 3 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{各行加到第1行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 6 & 6 & 6 & 6 \\
 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}$$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \text{各行加到第1行} \\
 (2) \quad & 3 & 1 & 1 & 1 \\
 & 1 & 3 & 1 & 1 \\
 & 1 & 1 & 3 & 1 \\
 & 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 6 & 6 & 6 & 6 \\
 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}$$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 = 6 \quad 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cc}
 & \text{各行加到第1行} \\
 (2) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$$= 6 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cc}
 & \text{各行加到第1行} \\
 (2) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$$= 6 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

上三角行列式

$$= 6 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \text{各行加到第1行} \\
 (2) \quad & 3 & 1 & 1 & 1 \\
 & 1 & 3 & 1 & 1 \\
 & 1 & 1 & 3 & 1 \\
 & 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 6 & 6 & 6 & 6 \\
 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 3
 \end{array}$$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

$= 6$

上三角行列式

$$= 6 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 48.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3)

1	1	1	1
-1	1	1	1
-1	-1	1	1
-1	-1	-1	1

第1行加到2,3,4行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

上三角行列式

$$= 1 \times 2 \times 2 \times 2$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

上三角行列式

$$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行加到2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 2 & 2 \\
 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

上三角行列式

$$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$$

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 2 & 3 & 4 & 1 \\
 3 & 4 & 1 & 2 \\
 4 & 1 & 2 & 3
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \text{第1行加到2,3,4行} \\
 (3) \quad & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & -1 & 1 & 1 & 1 \\
 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
 & -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & 0 & 2 & 2 & 2 \\
 & 0 & 0 & 2 & 2 \\
 & 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

上三角行列式

$$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$$

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \text{各行加到第1行, 第1行有公因数10} \\
 (4) \quad & 1 & 2 & 3 & 4 \\
 & 2 & 3 & 4 & 1 \\
 & 3 & 4 & 1 & 2 \\
 & 4 & 1 & 2 & 3
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \text{第1行加到2,3,4行} \\
 (3) \quad & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & -1 & 1 & 1 & 1 \\
 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
 & -1 & -1 & -1 & 1
 \end{array} = \begin{array}{cccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & 0 & 2 & 2 & 2 \\
 & 0 & 0 & 2 & 2 \\
 & 0 & 0 & 0 & 2
 \end{array}$$

上三角行列式

$$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$$

$$\begin{array}{cccc}
 & & & \text{各行加到第1行, 第1行有公因数10} \\
 (4) \quad & 1 & 2 & 3 & 4 \\
 & 2 & 3 & 4 & 1 \\
 & 3 & 4 & 1 & 2 \\
 & 4 & 1 & 2 & 3
 \end{array} = 10 \begin{array}{cccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & 2 & 3 & 4 & 1 \\
 & 3 & 4 & 1 & 2 \\
 & 4 & 1 & 2 & 3
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的 $(-2), (-3), (-4)$ 倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

第3行加到第4行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

第3行加到第4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

第3行加到第4行

$$= 10 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

第3行加到第4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

上三角行列式

$$= 10 \times 1 \times 1 \times (-4) \times (-4)$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

第3行加到第4行

$$= 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

上三角行列式

$$= 10 \times 1 \times 1 \times (-4) \times (-4) = 160.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

$$x \quad a \quad \cdots \quad a \quad \cdots \quad a \quad \cdots$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行, 第1行有公因数 $x + (n-1)a$

$$\begin{array}{cccc}
 x & a & \cdots & a \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}$$

$$= [x + (n-1)a]$$

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行, 第1行有公因数 $x + (n-1)a$

$$\begin{array}{cccc}
 x & a & \cdots & a \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}
 = [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}$$

第1行乘 $(-a)$ 加到以下各行

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行, 第1行有公因数 $x + (n-1)a$

$$\begin{array}{cccc}
 x & a & \cdots & a \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}
 = [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}$$

第1行乘 $(-a)$ 加到以下各行

$$= [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 0 & x-a & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & \cdots & x-a
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行, 第1行有公因数 $x + (n-1)a$

$$\begin{array}{cccc}
 x & a & \cdots & a \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}
 = [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}$$

第1行乘 $(-a)$ 加到以下各行

$$= [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 0 & x-a & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & \cdots & x-a
 \end{array}$$

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行, 第1行有公因数 $x + (n-1)a$

$$\begin{array}{cccc}
 x & a & \cdots & a \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}
 = [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 a & x & \cdots & a \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a & a & \cdots & x
 \end{array}$$

第1行乘 $(-a)$ 加到以下各行

$$= [x + (n-1)a]
 \begin{array}{cccc}
 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 0 & x-a & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & \cdots & x-a
 \end{array}$$

上三角行列式

$$= [x + (n-1)a](x-a)^{(n-1)}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\
 -1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n \\
 -1 & -2 & 0 & \cdots & n-1 & n \\
 (2) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 & n \\
 -1 & -2 & -3 & \cdots & -(n-1) & 0
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\
 -1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n \\
 -1 & -2 & 0 & \cdots & n-1 & n \\
 (2) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 & n \\
 -1 & -2 & -3 & \cdots & -(n-1) & 0
 \end{array}$$

第 k 列有公因数 k , $k = 1, 2, \dots, n$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\
 -1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n \\
 -1 & -2 & 0 & \cdots & n-1 & n \\
 (2) & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 & n \\
 -1 & -2 & -3 & \cdots & -(n-1) & 0
 \end{array}$$

第 k 列有公因数 k , $k = 1, 2, \dots, n$

$$= (n!) \begin{array}{cccccc}
 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
 -1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 -1 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 & 0
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

当 n 是奇数时,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行有公因数 -1 , $k = 1, 2, \dots, n$

当 n 是奇数时,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)第 k 行有公因数 -1 , $k = 1, 2, \dots, n$ 当 n 是奇数时,

$$= (n!)(-1)^n$$

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\
 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\
 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\
 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)第 k 行有公因数 -1 , $k = 1, 2, \dots, n$

$$\text{当 } n \text{ 是奇数时, } = (n!)(-1)^n$$

0	-1	-1	...	-1	-1
1	0	-1	...	-1	-1
1	1	0	...	-1	-1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
1	1	1	...	0	-1
1	1	1	...	1	0

将行列式转置



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)第 k 行有公因数 -1 , $k = 1, 2, \dots, n$

$$\text{当 } n \text{ 是奇数时, } = (n!)(-1)^n$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{array}$$

$$\text{将行列式转置} = (n!)$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；
当 n 是偶数时，



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

比较知, 这时行列式的值为0;

当 n 是偶数时,

第 $n - 1$ 行乘 (-1) 加到第 n 行, 第 $n - 2$ 行乘 (-1) 加到第 $n - 1$ 行, ...,

第2行乘 (-1) 加到第3行, 第1行乘 (-1) 加到第2行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；

当 n 是偶数时，

第 $n-1$ 行乘 (-1) 加到第 n 行，第 $n-2$ 行乘 (-1) 加到第 $n-1$ 行，...

第2行乘 (-1) 加到第3行，第1行乘 (-1) 加到第2行

$$= (n!) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

比较知, 这时行列式的值为0;

当 n 是偶数时,

第 $n-1$ 行乘 (-1) 加到第 n 行, 第 $n-2$ 行乘 (-1) 加到第 $n-1$ 行, ...,

第2行乘 (-1) 加到第3行, 第1行乘 (-1) 加到第2行

$$= (n!) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

注意这时行列式的第2行至第 n 中, 每一行都有两个 (-1) ,
利用 d 特点对行列式进行初等行变换.



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将偶数行(第2, 4, 6, ..., n (是偶数)行)加到第一行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将偶数行(第2, 4, 6, ..., n (是偶数)行)加到第一行

$$= (n!) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

三角形行列式, n 是偶数



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将偶数行(第2, 4, 6, ..., n (是偶数)行)加到第一行

$$= (n!) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

三角形行列式, n 是偶数

$$= (-1)^n n!$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将偶数行(第2, 4, 6, ..., n (是偶数)行)加到第一行

$$= (n!) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

三角形行列式, n 是偶数

$$= (-1)^n n! = n!$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将偶数行(第2, 4, 6, ..., n (是偶数)行)加到第一行

$$= (n!) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

三角形行列式, n 是偶数

$$= (-1)^n n! = n!$$

注：本题的计算难度较大，超出了一般线性“数对行列式计算的要求。



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3) 因为 $a_i \neq 0$,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3) 因为 $a_i \neq 0$,

$$\begin{array}{cccccc}
 a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & 0 \\
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1}
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3) 因为 $a_i \neq 0$,

$$\begin{array}{cccccc}
 a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & 0 \\
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1}
 \end{array}$$

将第 k 行乘 $-\frac{1}{a_{k-1}}$ 加到第 1 行, $k = 2, 3, \dots, n$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

下三角行列式





习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

下三角行列式

$$= a_1 a_2 \cdots a_{n-1} \left(a_0 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \cdots - \frac{1}{a_{n-1}} \right)$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

下三角行列式

$$\begin{aligned}
 &= a_1 a_2 \cdots a_{n-1} \left(a_0 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \cdots - \frac{1}{a_n} \right) \\
 (4) \quad &\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

第1行乘(-1)加到以下各行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

下三角行列式

$$\begin{aligned}
 &= a_1 a_2 \cdots a_{n-1} \left(a_0 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \cdots - \frac{1}{a_{n-1}} \right) \\
 (4) \quad &\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

第1行乘(-1)加到以下各行

$$= \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行乘 $-\frac{1}{a_k}$ 加到第1行, $k = 2, 3, \dots, n$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行乘 $-\frac{1}{a_k}$ 加到第1行, $k = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 + a_1 + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\
 -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 -a_1 & 0 & \cdots & a_n
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行乘 $-\frac{1}{a_k}$ 加到第1行, $k = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 + a_1 + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\
 -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 -a_1 & 0 & \cdots & a_n
 \end{array}$$

下三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行乘 $-\frac{1}{a_k}$ 加到第1行, $k = 2, 3, \dots, n$

$$= \begin{pmatrix} 1 + a_1 + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$$

下三角行列式

$$= a_2 a_3 \cdots a_n \left(1 + a_1 + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_1}{a_n} \right)$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)第 k 行乘 $-\frac{1}{a_k}$ 加到第1行, $k = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 + a_1 + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\
 -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 -a_1 & 0 & \cdots & a_n
 \end{array}$$

下三角行列式

$$\begin{aligned}
 &= a_2 a_3 \cdots a_n \left(1 + a_1 + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_1}{a_n} \right) \\
 &\quad \begin{array}{cccccc}
 -a_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\
 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1
 \end{array}
 \end{aligned}$$

(5)

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

各列加到第1列



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

各列加到第1列

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 = & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\
 n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

各列加到第1列

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 = & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\
 n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1
 \end{array}$$

依 g 交换 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 将第 n 行交换至第 1 行, 交换 $n-1$ g



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

各列加到第1列

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 = & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\
 n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1
 \end{array}$$

依 g 交换 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 将第 n 行交换至第 1 行, 交换 $n-1$ g

$$\begin{array}{cccccc}
 n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 = (-1)^{n-1} & 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1}
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1列乘 $-\frac{1}{n}$ 加到第 k 列, $k = 2, 3, \dots, n$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1列乘 $-\frac{1}{n}$ 加到第 k 列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$= (-1)^{n-1} \begin{pmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1列乘 $-\frac{1}{n}$ 加到第 k 列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$= (-1)^{n-1} \begin{pmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{pmatrix}$$

下三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1列乘 $-\frac{1}{n}$ 加到第 k 列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{array}{cccccc}
 n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 = (-1)^{n-1} & 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1}
 \end{array}$$

下三角行列式 $= (-1)^{n-1} n a_1 a_2 \cdots a_{n-1}.$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)第1列乘 $-\frac{1}{n}$ 加到第 k 列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{array}{cccccc}
 n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 = (-1)^{n-1} & 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1}
 \end{array}$$

下三角行列式 $= (-1)^{n-1} n a_1 a_2 \cdots a_{n-1}$.

$$\begin{array}{cccccc}
 x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
 (6) & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\
 a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1}
 \end{array}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 列乘 x^{k-1} 加到第1列, $k = 2, 3, \dots, n$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 列乘 x^{k-1} 加到第1列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{pmatrix}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 列乘 x^{k-1} 加到第1列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{pmatrix}$$

依 g 交换 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 将第 n 行交换至第1行, 交换 $n-1$ 行



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)第 k 列乘 x^{k-1} 加到第1列, $k = 2, 3, \dots, n$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_1 x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{pmatrix}_{i=0}^{n-1}$$

依 g 交换 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, $\dots$, $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 将第 n 行交换至第1行, 交换 $n-1$ 行

$$= (-1)^{n-1} \begin{pmatrix} a_1 x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \end{pmatrix}_{i=0}^{n-1}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行的 x 倍加到第 $k + 1$ 行, $k = 2, \dots, n - 1$, 从 $k = 2$ 开始



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行的 x 倍加到第 $k + 1$ 行, $k = 2, \dots, n - 1$, 从 $k = 2$ 开始

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} n \\ i=0 \end{matrix} \mathbf{P}1 \\
 & \begin{matrix} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{matrix} \\
 = (-1)^{n-1} & \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行的 x 倍加到第 $k + 1$ 行, $k = 2, \dots, n - 1$, 从 $k = 2$ 开始

$$= (-1)^{n-1} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

上三角行列式



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行的 x 倍加到第 $k + 1$ 行, $k = 2, \dots, n - 1$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第 k 行的 x 倍加到第 $k + 1$ 行, $k = 2, \dots, n - 1$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明







习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明 将行列式 D 进行以下初等变换：依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 即进行 $n-1$ g 相邻行交换, 把第 n 行交换至第1行; 再依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $4, 3$ 行, $3, 2$ 行, 即进行 $n-2$ g 相邻行交换, 把原第 $n-1$ 行交换至第2行; ...,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明 将行列式 D 进行以下初等变换：依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 即进行 $n-1$ g 相邻行交换, 把第 n 行交换至第1行; 再依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $4, 3$ 行, $3, 2$ 行, 即进行 $n-2$ g 相邻行交换, 把原第 $n-1$ 行交换至第2行; ..., 依 g 进行, 最后交换 $n, n-1$ 行, 进行1 g 交换, 把原来的第1行, 交换至第 n 行.



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明 将行列式 D 进行以下初等变换：依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 即进行 $n-1$ g 相邻行交换, 把第 n 行交换至第1行; 再依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $4, 3$ 行, $3, 2$ 行, 即进行 $n-2$ g 相邻行交换, 把原第 $n-1$ 行交换至第2行; ..., 依 g 进行, 最后交换 $n, n-1$ 行, 进行1 g 交换, 把原来的第1行, 交换至第 n 行. 这样行列式 D 经过 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 化为了行列式 D_1 ,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明 将行列式 D 进行以下初等变换：依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 即进行 $n-1$ g 相邻行交换, 把第 n 行交换至第1行; 再依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $4, 3$ 行, $3, 2$ 行, 即进行 $n-2$ g 相邻行交换, 把原第 $n-1$ 行交换至第2行; ..., 依 g 进行, 最后交换 $n, n-1$ 行, 进行1 g 交换, 把原来的第1行, 交换至第 n 行. 这样行列式 D 经过 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 化为了行列式 D_1 ,

$$\text{所以 } D_1 = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} D.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明 将行列式 D 进行以下初等变换：依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 即进行 $n-1$ g 相邻行交换, 把第 n 行交换至第1行; 再依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, ..., $4, 3$ 行, $3, 2$ 行, 即进行 $n-2$ g 相邻行交换, 把原第 $n-1$ 行交换至第2行; ..., 依 g 进行, 最后交换 $n, n-1$ 行, 进行1 g 交换, 把原来的第1行, 交换至第 n 行. 这样行列式 D 经过 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 化为了行列式 D_1 ,

$$\text{所以 } D_1 = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} D.$$

将行列式 D 先进行转置, 再进行上面所述的 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 则可以得到 D_2 ,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

4.证明 将行列式 D 进行以下初等变换：依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, $\dots$, $3, 2$ 行, $2, 1$ 行, 即进行 $n-1$ g 相邻行交换, 把第 n 行交换至第1行; 再依 g 交换 D 的 $n, n-1$ 行, $n-1, n-2$ 行, $\dots$, $4, 3$ 行, $3, 2$ 行, 即进行 $n-2$ g 相邻行交换, 把原第 $n-1$ 行交换至第2行; $\dots$, 依 g 进行, 最后交换 $n, n-1$ 行, 进行1 g 交换, 把原来的第1行, 交换至第 n 行. 这样行列式 D 经过 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 化为了行列式 D_1 ,

$$\text{所以 } D_1 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D.$$

将行列式 D 先进行转置, 再进行上面所述的 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 则可以得到 D_2 ,

$$\text{所以 } D_2 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,





习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,
 所以 $D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D$.



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}.$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}$.

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}$.

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

而矩阵关系有, $SD = D_1$,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}.$

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

$$\text{而矩阵关系有, } SD = D_1, \quad SD^T = D_2,$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}.$

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

而矩阵关系有, $SD = D_1$, $SD^T = D_2$, $SDS = D_3$;



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}$.

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

而矩阵关系有, $SD = D_1$, $SD^T = D_2$, $SDS = D_3$;

$$\text{所以 } D_1 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D,$$



习题4.2(

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}.$

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

而矩阵关系有, $SD = D_1$, $SD^T = D_2$, $SDS = D_3$;

$$\text{所以 } D_1 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D, \quad D_2 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D,$$

$$D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

将行列式 D 先进行上述 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两行交换, 再进行类似的相邻 $\frac{n(n-1)}{2}$ g 相邻的两列交换, 即得到行列式 D_3 ,

$$\text{所以 } D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$

本题另证: 记 $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}$.

$$\text{则 } \det S = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

而矩阵关系有, $SD = D_1$, $SD^T = D_2$, $SDS = D_3$;

$$\text{所以 } D_1 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D, \quad D_2 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D,$$

$$D_3 = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} D = D.$$



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 ,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.
因为 D 的第3行乘2, 再将其第1行加到第3行, 得 D_2 ,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.

因为 D 的第3行乘2, 再将其第1行加到第3行, 得 D_2 , 所以 $D_2 = 2D$.



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.

因为 D 的第3行乘2, 再将其第1行加到第3行, 得 D_2 , 所以 $D_2 = 2D$.

因为将 D 转置以后, 再交换它的第1,3两行, 然后再交换它的第2,3两行, 得 D_3 ,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.

因为 D 的第3行乘2, 再将其第1行加到第3行, 得 D_2 , 所以 $D_2 = 2D$.

因为将 D 转置以后, 再交换它的第1,3两行, 然后再交换它的第2,3两行, 得 D_3 , 所以 $D_3 = (-1)(-1)D = D$.



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.

因为 D 的第3行乘2, 再将其第1行加到第3行, 得 D_2 , 所以 $D_2 = 2D$.

因为将 D 转置以后, 再交换它的第1,3两行, 然后再交换它的第2,3两行, 得 D_3 , 所以 $D_3 = (-1)(-1)D = D$.

因为将 D 转置以后, 再将其每一行都乘上数 k , 得 D_4 ,



习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

5. 因为 D 的第1行乘 (-2) 加到第2行, 得 D_1 , 所以 $D_1 = D$.

因为 D 的第3行乘2, 再将其第1行加到第3行, 得 D_2 , 所以 $D_2 = 2D$.

因为将 D 转置以后, 再交换它的第1,3两行, 然后再交换它的第2,3两行, 得 D_3 , 所以 $D_3 = (-1)(-1)D = D$.

因为将 D 转置以后, 再将其每一行都乘上数 k , 得 D_4 , 所以 $D_4 = k^3 D$.



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

1.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

1.解

$$a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}$$

$$a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23}$$

$$a_{31} \quad a_{32} \quad a_{33}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

1.解

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}$$

按第1行展开



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 1. \text{解} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

按第1行展开

$$= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 1. \text{解} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

按第1行展开

$$\begin{aligned}
 &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\
 &= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\
 &a_{13}a_{22}a_{31}
 \end{aligned}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 1. \text{解} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

按第1行展开

$$\begin{aligned}
 &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\
 &= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\
 &a_{13}a_{22}a_{31}
 \end{aligned}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 1. \text{解} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

按第1行展开

$$\begin{aligned}
 &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\
 &= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\
 &a_{13}a_{22}a_{31}
 \end{aligned}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 0 & 1 \\
 (1) & 1 & -4 & -1 \\
 & -1 & 8 & 3
 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 1. \text{解} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

按第1行展开

$$\begin{aligned}
 &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\
 &= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\
 &a_{13}a_{22}a_{31}
 \end{aligned}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

$$\begin{aligned}
 &\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix} \\
 (1) \quad &= 2 \times (-4) \times 3 + 1 \times 8 \times 1 + 0 \times (-1) \times (-1) - 1 \times (-4) \times (-1) - 0 \times 1 \times 3 - 2 \times (-1) \times 8
 \end{aligned}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 1. \text{解} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

按第1行展开

$$\begin{aligned}
 &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1) \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\
 &= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\
 &a_{13}a_{22}a_{31}
 \end{aligned}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

$$\begin{aligned}
 &\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix} \\
 (1) \quad &= 2 \times (-4) \times 3 + 1 \times 8 \times 1 + 0 \times (-1) \times (-1) - 1 \times (-4) \times (-1) - 0 \times 1 \times 3 - 2 \times (-1) \times 8 = -4.
 \end{aligned}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0.$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ = 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ (3) & b & c & a \\ c & a & b \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ = 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ (3) & b & c & a \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} c & a & b \\ = a \times b \times c + a \times b \times c + a \times b \times c - c \times c \times c - b \times b \times b - a \times a \times a \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ = 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ (3) & b & c & a \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} c & a & b \\ = a \times b \times c + a \times b \times c + a \times b \times c - c \times c \times c - b \times b \times b - a \times a \times a \\ = 3abc - a^3 - b^3 - c^3. \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ = 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ (3) & b & c & a \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} c & a & b \\ = a \times b \times c + a \times b \times c + a \times b \times c - c \times c \times c - b \times b \times b - a \times a \times a \\ = 3abc - a^3 - b^3 - c^3. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & a & 0 \\ (4) & b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ = 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ (3) & b & c & a \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} c & a & b \\ = a \times b \times c + a \times b \times c + a \times b \times c - c \times c \times c - b \times b \times b - a \times a \times a \\ = 3abc - a^3 - b^3 - c^3. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & a & 0 \\ (4) & b & 0 & c \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & d & 0 \\ = 0 \times 0 \times 0 + a \times c \times 0 + b \times d \times 0 - 0 \times 0 \times 0 - a \times b \times 0 - 0 \times c \times d \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ (2) & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ = 1 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 1 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 - 2 \times 0 \times 1 - 1 \times 2 \times 1 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ (3) & b & c & a \\ & c & a & b \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= a \times b \times c + a \times b \times c + a \times b \times c - c \times c \times c - b \times b \times b - a \times a \times a \\ &= 3abc - a^3 - b^3 - c^3. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & a & 0 \\ (4) & b & 0 & c \\ & 0 & d & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 0 \times 0 \times 0 + a \times c \times 0 + b \times d \times 0 - 0 \times 0 \times 0 - a \times b \times 0 - 0 \times c \times d \\ &= 0. \end{aligned}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d ,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,

所求伴随矩阵为 $\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,

所求伴随矩阵为 $\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$, 所以

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,

所求伴随矩阵为 $\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$, 所以

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{vmatrix}.$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,

所求伴随矩阵为 $\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$, 所以

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{vmatrix}.$$

$$(2) \det \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = 9,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,

所求伴随矩阵为 $\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$, 所以

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{vmatrix}.$$

(2) $\det \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = 9$, 各位置元素的“数余子

$$\text{式 } A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 0,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1) 矩阵的行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素 a 的“数余子式”为 d , 元素 b 的“数余子式”为 $-c$, 元素 c 的“数余子式”为 $-b$, 元素 d 的“数余子式”为 a ,

所求伴随矩阵为 $\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$, 所以

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{vmatrix}.$$

(2) $\det \begin{pmatrix} B & C \\ A & D \end{pmatrix} = 9$, 各位置元素的“数余子式”

$$\text{式 } A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 0, A_{12} = -\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \quad -$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \quad -$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \quad -$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, A_{21} = - \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1, A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, A_{21} = - \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1, A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3, A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, A_{21} = - \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1, A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3, A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = -9,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, A_{21} = - \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1, A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3, A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = -9, \text{ 所以 } A \text{ 的伴随矩阵}$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0, A_{21} = - \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1, A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3, A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = -9, \text{ 所以 } A \text{ 的伴随矩阵}$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \\ -3 & -1 & -7 \end{pmatrix}, A^{-1} = \frac{1}{-9} \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \\ -3 & -1 & -7 \end{pmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的 " 数余子式"}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 0 & & 1 \\
 & 3 & -2 & -5 \\
 \text{(3) det } \begin{array}{ccc} \text{B} & & \text{C} \\ @ & 2 & -1 & -3 \end{array} & = -3, & \text{各位置元素的“数余子式} \\
 & -4 & 0 & 1 \\
 A_{11} = \begin{array}{cc} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{array} & = -1,
 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & -4 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的 " 数余子式"}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\begin{array}{ccc}
 0 & & 1 \\
 & 3 & -2 & -5 \\
 \text{(3) det } \begin{array}{ccc} \text{B} & & \text{C} \\ @ & 2 & -1 & -3 \end{array} & = -3, & \text{各位置元素的“数余子式} \\
 & -4 & 0 & 1
 \end{array}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的 " 数余子式"}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & -4 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的 " 数余子式"}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & -4 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的“数余子式”}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17, \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 8$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的 " 数余子式"} \quad \text{B} \quad \text{C} \quad \text{A}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17, \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 1,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的“数余子式”}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17, \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{32} = - \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -1$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$(3) \det \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -3, \text{ 各位置元素的“数余子式”}$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17, \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{32} = - \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

所以

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 10 & -17 & -1 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

所以

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 10 & -17 & -1 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix} A, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} A$$

3.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

所以

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 10 & -17 & -1 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

3.解 构造行列式 $D_1 =$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix},$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

所以

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 10 & -17 & -1 & 1 \\ -4 & 8 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

3.解 构造行列式 $D_1 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$,

比较 D_1 与 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素“数余子式”的定义知， D_1 与 D 第3行相应位置元素的“数余子式”相同，



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素“数余子式”的定义知， D_1 与 D 第3行相应位置元素的“数余子式”相同，所以 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$ 是行列式 D_1 按第3行的展开式.



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素“数余子式”的定义知， D_1 与 D 第3行相应位置元素的“数余子式”相同，所以 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$ 是行列式 D_1 按第3行的

$$\text{展开式. 即 } A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素“数余子式”的定义知， D_1 与 D 第3行相应位置元素的“数余子式”相同，所以 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$ 是行列式 D_1 按第3行的

$$\text{展开式. 即 } A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

交换1,3行,第1行分别乘5,(-3),1加到2,3,4行



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素“数余子式”的定义知， D_1 与 D 第3行相应位置元素的“数余子式”相同，所以 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$ 是行列式 D_1 按第3行的

$$\text{展开式. 即 } A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

交换1,3行,第1行分别乘5,(-3),1加到2,3,4行

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 16 & 7 & 6 \\ 0 & -8 & 5 & -4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{上三角行列式}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

上三角行列式

$$= 1 \times (-2) \times 1 \times (-2)$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{上三角行列式} \\ = 1 \times (-2) \times 1 \times (-2) \end{array} = 4.$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -5$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和, 所以 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31} = 0$.



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和, 所以 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31} = 0$.

5.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和, 所以 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31} = 0$.

5.解 由于第3行元素的余子式分别是5, 3, -7, 4,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和, 所以 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31} = 0$.

5.解 由于第3行元素的余子式分别是5, 3, -7, 4, 所以它们的“数余子式分别为5, -3, -7, -4,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和, 所以 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31} = 0$.

5.解 由于第3行元素的余子式分别是5, 3, -7, 4, 所以它们的“数余子式分别为5, -3, -7, -4, 由行列式的展开定理,
 $D = (-1) \times 5 + 2 \times (-3) + 0 \times (-7) + 1 \times (-4)$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

4.解 (1) $A_{11} + A_{21} + A_{31}$ 是 $\det A$ 按第1列的展开式, 所以

$$A_{11} + A_{21} + A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{第1行乘}(-1)\text{加到2,3行} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix} = -5$$

(2) 因为 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31}$ 是 $\det A$ 的第2列元素与第1列元素对应的“数余子式乘积的和, 所以 $-A_{11} + 2A_{21} + 3A_{31} = 0$.

5.解 由于第3行元素的余子式分别是5, 3, -7, 4, 所以它们的“数余子式分别为5, -3, -7, -4, 由行列式的展开定理,
 $D = (-1) \times 5 + 2 \times (-3) + 0 \times (-7) + 1 \times (-4) = -15$.



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{array}{ccc} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 2 & -1 \\
 1 & -2 & 4 \\
 5 & 8 & -2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第2行乘}(-2)\text{加到第1行,第2行乘}(-5)\text{加到第3行} \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccc}
 0 & 6 & -9 \\
 1 & -2 & 4 \\
 0 & 18 & -22
 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{array}{ccc} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ = \end{array} \begin{array}{ccc} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{array} \neq 0,$$

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

所以齐 g 线性方程组只有零解.



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 2 & -1 \\
 1 & -2 & 4 \\
 5 & 8 & -2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第2行乘}(-2)\text{加到第1行,第2行乘}(-5)\text{加到第3行} \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccc}
 0 & 6 & -9 \\
 1 & -2 & 4 \\
 0 & 18 & -22
 \end{array}
 \neq 0,$$

所以齐 g 线性方程组只有零解.

6.解



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 2 & -1 \\
 1 & -2 & 4 \\
 5 & 8 & -2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第2行乘}(-2)\text{加到第1行,第2行乘}(-5)\text{加到第3行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccc}
 0 & 6 & -9 \\
 1 & -2 & 4 \\
 0 & 18 & -22
 \end{array}
 \neq 0,$$

所以齐 g 线性方程组只有零解.

6.解 方程组的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ k+2 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & k \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 2 & -1 \\
 1 & -2 & 4 \\
 5 & 8 & -2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第2行乘}(-2)\text{加到第1行,第2行乘}(-5)\text{加到第3行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccc}
 0 & 6 & -9 \\
 1 & -2 & 4 \\
 0 & 18 & -22
 \end{array}
 \neq 0,$$

所以齐 g 线性方程组只有零解.

6.解 方程组的系数行列式

$$D = \begin{array}{cccc}
 k & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 2 & 0 & -1 \\
 k+2 & -1 & 0 & 4 \\
 2 & 1 & 3 & k
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行分别乘}1,(-4),-k\text{加到第2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 2 & -1 \\
 1 & -2 & 4 \\
 5 & 8 & -2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第2行乘}(-2)\text{加到第1行,第2行乘}(-5)\text{加到第3行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccc}
 0 & 6 & -9 \\
 1 & -2 & 4 \\
 0 & 18 & -22
 \end{array}
 \neq 0,$$

所以齐 g 线性方程组只有零解.

6.解 方程组的系数行列式

$$D = \begin{array}{cccc}
 k & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 2 & 0 & -1 \\
 k+2 & -1 & 0 & 4 \\
 2 & 1 & 3 & k
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{第1行分别乘}1,(-4),-k\text{加到第2,3,4行} \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 = \begin{array}{cccc}
 k & 0 & 0 & 1 \\
 k+1 & 2 & 0 & 0 \\
 2-3k & -1 & 0 & 0 \\
 2-k^2 & 1 & 3 & 0
 \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以 $D = 0$,



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以 $D = 0$ ，所以 $k = 1$.





习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开, 再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解, 所以 $D = 0$, 所以 $k = 1$.

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & -5 \\ 7. \text{解} & \text{方程组的系数行列式} & D = & \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \end{array}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开, 再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解, 所以 $D = 0$, 所以 $k = 1$.

$$\begin{matrix} & 2 & 1 & -5 \\ 7. \text{解} & \text{方程组的系数行列式} & D = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} & = -3, \end{matrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开, 再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解, 所以 $D = 0$, 所以 $k = 1$.

$$7. \text{解 方程组的系数行列式 } D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$







习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开, 再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解, 所以 $D = 0$, 所以 $k = 1$.

$$7. \text{解 方程组的系数行列式 } D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 18; A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} = 15;$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开, 再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解, 所以 $D=0$, 所以 $k=1$.

$$7. \text{解 方程组的系数行列式 } D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 18; A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} = 15;$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & 9 \\ 0 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

按第4列展开, 再按第3列展开

$$= -3 \begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解, 所以 $D=0$, 所以 $k=1$.

$$7. \text{解 方程组的系数行列式 } D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3,$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 18; \quad A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} = 15;$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & 9 \\ 0 & 2 & -5 \end{vmatrix} = 15.$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\text{所以, } \begin{cases} x_1 = \frac{A_1}{D} \\ x_2 = \frac{A_2}{D} \\ x_3 = \frac{A_3}{D} \end{cases} ,$$



习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

$$\text{所以, } \begin{cases} x_1 = \frac{A_1}{D} \\ x_2 = \frac{A_2}{D} \\ x_3 = \frac{A_3}{D} \end{cases}, \quad \text{得 } \begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = -5 \\ x_3 = -5 \end{cases}$$



Thank you!

Author: Ning Qun

Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China

Email: Ning.qun@163.com

