目录

1.2 矩阵的 ' 系 Ů⁻算

在§1.1中 已经给 了矩阵的概念 并Ï L实例介绍了矩阵的“加{” Ú “ {” 但作为数 ‘ 还必 给 矩阵⁻算的数 表达.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

在 § 1.1中　已经给　了矩阵的概念　并 Ï L 实例介绍了矩阵的“加 { ” Ú “　{ ”　但作为数　‘　　还必　给　矩阵⌐算的数　表达.

本节就从数　的角度给　矩阵⌐算的定义及其　质.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

在§1.1中 已经给 了矩阵的概念 并 Ï L 实例介绍了矩阵的"加{" Ú " {" 但作为数 ' 还必 给 矩阵 算的数 表达.

本节就从数 的角度给 矩阵 算的定义及其 质.

定义2.1(矩阵的相等)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ $B=(b_{kl})_{s\times t}\in F^{s\times t}$ 若其满足 $m=s; n=t$ 且$a_{ij}=b_{ij}; i=1;2;:::;m(s); j=1;2;:::;n(t)$

则 矩阵$A;B$相等 记作$A=B$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ⇒ 算

在 § 1.1中　已经给　了矩阵的概念　并 Ï L 实例介绍了矩阵的“加 { ” Ú “　{ ”　但作为数　‘　　还必　给　矩阵⇒算的数　表达.

本节就从数　的角度给　矩阵⇒算的定义及其　质.

定义2.1(矩阵的相等)

设$A = (a_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$　$B = (b_{kl})_{s\times t} \in F^{s\times t}$　若其满足 $m = s; n = t$　且$a_{ij} = b_{ij}; i = 1; 2; \ldots; m(s); j = 1; 2; \ldots; n(t)$

则　矩阵$A; B$相等　记作$A = B$

两个矩阵相等是一种“全等”.它们既要 k 相 Ó 的　数 Ú 相 Ó 的列数(也说它们“大小”相 Ó)　Ó 时对 A 位置的元素也要相等.

1.2 矩阵的 ' 系 ûã算

定义2.2 (矩阵的加｛)

1.2 矩阵的 ' 系 运算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 运算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵$A \dagger B$的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{array}\right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⁻算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \end{array}\right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A = (a_{ij})_{m\times n}, B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$是两个ó阶数的矩阵 以$(a_{ij} + b_{ij})$为元素的$m \times n$阶矩阵$(a_{ij} + b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵$A \dagger B$的Ú 记作$A + B$. 即

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⁓算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=\left(\begin{array}{l} a_{11}+b_{11} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 Û 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=\left(\begin{matrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ & \\ & \end{matrix}\right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=\left(\begin{matrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots \\ & & \\ & & \\ & & \end{matrix}\right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 讠亠 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A = (a$

1.2 矩阵的 ' 系 Û 算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$是两个 ó 阶数的矩阵 以$(a_{ij}+b_{ij})$为元素的$m\times n$阶矩阵$(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 Ú 记作$A+B$. 即

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=\left(\begin{array}{cccc} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{array}\right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 Û‑算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A = (a$

1.2 矩阵的 ' 系运算

定义2.2 (矩阵的加 {)

设$A = (a$

1.2 矩阵的 ' 系 ù运算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的运算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⅔算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的⅔算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

1.2 矩阵的 ' 系 Ù运算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的运算。$m \times n$阶矩阵相加　Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵　只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下　质

(1)加 { 满足交换律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ⌐ 算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的Ü⌐算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m \times n}; B = (b_{ij})_{m \times n} \in F^{m \times n}$ 都 k

$A + B$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的运算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n}$

1.2 矩阵的 ' 系 Û运算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的运算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的Ü⌐算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n} = B + A$$

1.2 矩阵的 ' 系 Û - 算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的Û - 算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n} = B + A$$

(2)加 { 满足结 Ü 律

1.2 矩阵的 ' 系ÛÜ算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的ÜÜ算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n} = B + A$

(2)加 { 满足结 Ü 律

即 任意的

$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n}; C = (c_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$(A + B) + C$

1.2 矩阵的 ' 系 Ŭ运算

矩阵的加{只能是ó阶(ó大小)矩阵之间的运算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对A位置的元素相加. 矩阵加{ k如下 质

(1)加{满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都k

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n} = B + A$$

(2)加{满足结Ü律

即 任意的

$A = (a_{ij})_{m\times n}; B = (b_{ij})_{m\times n}; C = (c_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都k

$$(A + B) + C = ((a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij})_{m\times n}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü‑算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的‑算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A = (a_{ij})_{m \times n}; B = (b_{ij})_{m \times n} \in F^{m \times n}$ 都 k

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m \times n} = B + A$$

(2)加 { 满足结 Ü 律

即 任意的

$A = (a_{ij})_{m \times n}; B = (b_{ij})_{m \times n}; C = (c_{ij})_{m \times n} \in F^{m \times n}$ 都 k

$$(A + B) + C = ((a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij})_{m \times n}$$

$$= (a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij}))_{m \times n}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ŭ算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的Ŭ算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ 都 k

$$A+B=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}=(b_{ij}+a_{ij})_{m\times n}=B+A$$

(2)加 { 满足结 Ü 律

即 任意的

$$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}; C=(c_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$$ 都 k

$$(A+B)+C=((a_{ij}+b_{ij})+c_{ij})_{m\times n}$$

$$=(a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij}))_{m\times n}=A+(B+C)$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

矩阵的加 { 只能是 ó 阶(ó 大小)矩阵之间的⌐算。$m \times n$阶矩阵相加 Ú 仍是一个$m \times n$阶矩阵 只要将它们对 A 位置的元素相加. 矩阵加 { k 如下 质

(1)加 { 满足交换律

即 任意的$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$$A+B=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}=(b_{ij}+a_{ij})_{m\times n}=B+A$$

(2)加 { 满足结 Ü 律

即 任意的

$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}; C=(c_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$ 都 k

$$(A+B)+C=((a_{ij}+b_{ij})+c_{ij})_{m\times n}$$

$$=(a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij}))_{m\times n}=A+(B+C)$$

元素全为0的矩阵 为0矩阵 即$0=(0)_{m\times n}$.

1.2 矩阵的＇系 Ü⁻算

(3)加｛中 k 0矩阵存在

1.2 矩阵的 ' 系 Ü算

(3)加 { 中 k 0矩阵存在

即　任意的矩阵$A = (a_{ij})_{m\times n}$　都 k

$$A + 0 = (a_{ij} + 0)_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n} = A$$

(4)加 { 存在负矩阵

即　任意的$A = (a_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$　存在

$B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$　使得$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = 0$

1.2 矩阵的＇系ü⊏算

(3)加｛中 k 0矩阵存在

即　任意的矩阵$A = (a_{ij})_{m\times n}$　都 k

$A + 0 = (a_{ij} + 0)_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n} = A$

(4)加｛存在负矩阵

即　任意的$A = (a_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$　存在

$B = (b_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$　使得$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = 0$

取$B = (-a_{ij})_{m\times n} \in F^{m\times n}$　则 k

$A + B = (a_{ij} + (-a_{ij}))_{m\times n} = 0$

满足$A + B = 0$的矩阵B为A的负矩阵　记作$B = -A$.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü¿算

(3)加 { 中 k 0矩阵存在

即　任意的矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$　都 k

$A+0=(a_{ij}+0)_{m\times n}=(a_{ij})_{m\times n}=A$

(4)加 { 存在负矩阵

即　任意的$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$　存在

$B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$　使得$A+B=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}=0$

取$B=(-a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$　则 k

$A+B=(a_{ij}+(-a_{ij}))_{m\times n}=0$

满足$A+B=0$的矩阵B为A的负矩阵　记作$B=-A$.

利 ^ “负矩阵”　Œ 以定义矩阵的“减 { ”　即

$A-B=A+(-B)$

1.2 矩阵的'系运算

定义1.3 (数†矩阵积)

1.2 矩阵的 ' 系 [illegible]算

定义1.3 (数 † 矩阵积)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ k是一个数 以ka_{ij}为元素的$m\times n$矩阵$(ka_{ij})_{m\times n}$为数k † 矩阵A的 积 也 数k † 矩阵A的数积.记作$kA=(ka_{ij})_{m\times n}$

1.2 矩阵的 ' 系 ǘ⊱算

定义1.3 (数†矩阵积)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ k是一个数 以ka_{ij}为元素的$m\times n$矩阵$(ka_{ij})_{m\times n}$为数k†矩阵A的 积 也 数k†矩阵A的数积.记作$kA=(ka_{ij})_{m\times n}$

数k†$m\times n$阶矩阵A相 积仍是一个$m\times n$阶矩阵 且把A的每一个元素都 k.数†矩阵 积 k 如下 质

1.2 矩阵的 ' 系 辽算

定义1.3 (数 † 矩阵积)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ k是一个数 以ka_{ij}为元素的$m\times n$矩阵$(ka_{ij})_{m\times n}$为数k † 矩阵A的 积 也 数k † 矩阵A的数积.记作$kA=(ka_{ij})_{m\times n}$

数k † $m\times n$阶矩阵A相 积仍是一个$m\times n$阶矩阵 且把A的每一个元素都 k.数 † 矩阵 积 k 如下 质

(5)幺模 质

即 任意的矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ 都 k $1\cdot A=A$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü-算

定义1.3 (数 † 矩阵积)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ k是一个数 以ka_{ij}为元素的$m\times n$矩阵$(ka_{ij})_{m\times n}$为数k † 矩阵A的 积 也 数k † 矩阵A的数积.记作$kA=(ka_{ij})_{m\times n}$

数k † $m\times n$阶矩阵A相 积仍是一个$m\times n$阶矩阵 且把A的每一个元素都 k.数 † 矩阵 积 k 如下 质

(5)幺模 质

即 任意的矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ 都 k $1\cdot A=A$

(6)数积结 Ü 律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

定义1.3 (数 † 矩阵积)

设$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ k是一个数 以ka_{ij}为元素的$m\times n$矩阵$(ka_{ij})_{m\times n}$为数k † 矩阵A的 积 也 数k † 矩阵A的数积.记作$kA=(ka_{ij})_{m\times n}$

数k † $m\times n$阶矩阵A相 积仍是一个$m\times n$阶矩阵 且把A的每一个元素都 k.数 † 矩阵 积 k 如下 质

(5)幺模 质

即 任意的矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ 都 k $1\cdot A=A$

(6)数积结 Ü 律

即 任意的矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ $k;l$是两个数 都 k

$(kl)A=((kl)a_{ij})_{m\times n}=(k(la_{ij}))_{m\times n}=k(lA)$

1.2 矩阵的 ' 系 ÛÈ÷算

(7)数积对数的加 { 满足 © 配律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü÷算

(7)数积对数的加 { 满足 © 配律

即 任意的数$k; l$以及矩阵$A = (a_{ij})_{m \times n} \in F^{m \times n}$ 都 k

$$(k + l)A = kA + lA:$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

(7)数积对数的加 { 满足 © 配律

即　任意的数$k; l$以及矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$　都 k

$$(k+l)A = kA + lA:$$

(8)数积对矩阵的加 { 满足 © 配律

1.2 矩阵的 ' 系Ü算

(7)数积对数的加 { 满足 © 配律

即 任意的数$k; l$以及矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ 都 k

$$(k+l)A=kA+lA:$$

(8)数积对矩阵的加 { 满足 © 配律

即 任意的数k 矩阵

$A=(a_{ij})_{m\times n}; B=(b_{ij})_{m\times n}\in F^{m\times n}$ 都 k

$$k(A+B)=kA+kB:$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ᠵ 算

定义1.4 (矩阵的 {)

1.2 矩阵的 ' 系 Ü̈ 算

定义1.4 (矩阵的 {)

设$A = (a_{ij})_{m\times s} \in F^{m\times s}; B = (b_{ij})_{s\times n} \in F^{s\times n}$ 记c_{kl}为矩阵A的第k 元素$(a_{k1}\ \ a_{k2} ::: a_{ks})$ † 矩阵B的第l列元素$\begin{pmatrix} b_{1l} \\ b_{2l} \\ \vdots \\ b_{sl} \end{pmatrix}$对

A 积的 Ú 即$c_{kl} =$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

定义1.4 (矩阵的 {)

设$A = (a_{ij})_{m\times s} \in F^{m\times s}; B = (b_{ij})_{s\times n} \in F^{s\times n}$ 记c_{kl}为矩阵A的第k 元素$(a_{k1} \ a_{k2} \ldots a_{ks})$ † 矩阵B的第l列元素$\begin{pmatrix} b_{1l} \\ b_{2l} \\ \vdots \\ b_{sl} \end{pmatrix}$对

A 积的 Ú 即$c_{kl} = a_{k1}b_{1l}$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü{z 算

定义1.4 (矩阵的 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times s}\in F^{m\times s}; B=(b_{ij})_{s\times n}\in F^{s\times n}$ 记c_{kl}为矩阵A的第k 元素$(a_{k1}\ a_{k2}\ldots a_{ks})$ † 矩阵B的第l列元素$\begin{pmatrix} b_{1l} \\ b_{2l} \\ \vdots \\ b_{sl} \end{pmatrix}$对

A 积的 Ú 即$c_{kl}=a_{k1}b_{1l}+a_{k2}b_{2l}$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü算

定义1.4 (矩阵的 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times s}\in F^{m\times s}; B=(b_{ij})_{s\times n}\in F^{s\times n}$ 记c_{kl}为矩阵A的第k 元素$(a_{k1}\ \ a_{k2} ::: a_{ks})$ † 矩阵B的第l列元素$\begin{pmatrix} b_{1l} \\ b_{2l} \\ \vdots \\ b_{sl} \end{pmatrix}$对

A 积的 Ú 即$c_{kl}=a_{k1}$Ŧ$_{l}$

1.2 矩阵的 ' 系 ǖ运算

定义1.4 (矩阵的 {)

设$A = (a_{ij})_{m\times s} \in F^{m\times s}; B = (b_{ij})_{s\times n} \in F^{s\times n}$ 记c_{kl}为矩阵A的第k 元素$(a_{k1}\ \ a_{k2} ::: a_{ks})$ † 矩阵B的第l列元素$\begin{pmatrix} b_{1l} \\ b_{2l} \\ \vdots \\ b_{sl} \end{pmatrix}$对

A 积的 Ú 即$c_{kl} = a_{k1}$王l

1.2 矩阵的 ' 系 Ü算

定义1.4 (矩阵的 {)

设$A=(a_{ij})_{m\times s}\in F^{m\times s}; B=(b_{ij})_{s\times n}\in F^{s\times n}$ 记c_{kl}为矩阵A的第k 元素$(a_{k1}\ \ a_{k2}:::a_{ks})$ † 矩阵B的第l列元素$\begin{pmatrix} b_{1l} \\ b_{2l} \\ \vdots \\ b_{sl} \end{pmatrix}$对A 积的Ú 即$c_{kl}=a_{k1}b_{1l}+a_{k2}b_{2l}+\cdots+a_{ks}b_{sl}=\sum_{i=1}^{s}a_{ki}b_{il}$

以$c_{kl}(k=1;2;:::;m;l=1;2;:::;n)$为元素定义$m\times n$阶矩阵

$C=(c_{kl})_{m\times n}=(\sum_{i=1}^{s}a_{ki}b_{il})_{m\times n}$ 为矩阵A † B的 积.

记作$C=AB$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

定义2.4 Œ 以解释为 一个$m \times s$矩阵 † 一个$s \times n$阶矩阵的积是一个$m \times n$阶矩阵.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

定义2.4Œ以解释为　一个$m \times s$矩阵†一个$s \times n$阶矩阵的积是一个$m \times n$阶矩阵.积矩阵的　数†前一个矩阵的　数相Ó　积矩阵的列数†后一个矩阵的列数相Ó　且积矩阵的第i　j列位置的元素等u前一个矩阵中第i　元素†后一个矩阵第j列元素对A　积的Ú.

矩阵的　{定义比想象的要复杂

1.2 矩阵的 ' 系 Ü﹃算

定义2.4 Œ 以解释为　一个$m \times s$矩阵 † 一个$s \times n$阶矩阵的积是一个$m \times n$阶矩阵.积矩阵的　数 † 前一个矩阵的　数相 Ó 积矩阵的列数 † 后一个矩阵的列数相 Ó　且积矩阵的第i　j列位置的元素等 u 前一个矩阵中第i　元素 † 后一个矩阵第j列元素对 A　积的 Ú .

矩阵的　{ 定义比想象的要复杂　不是任意给定的两个矩阵都 Œ 以进　“　积”　Œ 作积的两个矩阵必　是前一个矩阵列数等 u 后一个矩阵的　数　这也 ý 示着矩阵的　{ 会 k 一序意外的 A 殊　质.

1.2 矩阵的 ' 系 运算

(9) 矩阵的 { 不满足交换律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü̃算

(9) 矩阵的 { 不满足交换律

这是因为

任意给定的两个矩阵 A Ú B $A \dagger B$ Œ 求 积时 $B \dagger A$ 未必 Œ 以求积

1.2 矩阵的 ' 系 Ǜ算

(9) 矩阵的 { 不满足交换律

这是因为

任意给定的两个矩阵A Ú B $A \dagger B$ Œ 求 积时 $B \dagger A$未必Œ以求积

任意给定的两个矩阵A Ú B 即使$A \dagger B$、$B \dagger A$都Œ以求积 积矩阵的阶数也未必相等

例如 $A_{2\times3}B_{3\times2}=(AB)_{2\times2}$ $B_{3\times2}A_{2\times3}=(BA)_{3\times3}$.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

(9) 矩阵的 { 不满足交换律

这是因为

任意给定的两个矩阵A Ú B $A \dagger B$ Œ 求 积时 $B \dagger A$未必 Œ 以求积

任意给定的两个矩阵A Ú B 即使$A \dagger B$、$B \dagger A$都 Œ 以求积 积矩阵的阶数也未必相等

例如 $A_{2\times3}B_{3\times2} = (AB)_{2\times2}$ $B_{3\times2}A_{2\times3} = (BA)_{3\times3}$.

任意给定的两个矩阵A Ú B 即使AB Ú BA都 Œ 以计算 并且结 J 是 Ó 阶矩阵 也未必相等.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(9) 矩阵的　{ 不满足交换律

这是因为

任意给定的两个矩阵A Ú B　$A \dagger B$ Œ 求　积时　$B \dagger A$未必 Œ 以求积

任意给定的两个矩阵A Ú B　即使$A \dagger B$、$B \dagger A$都 Œ 以求积　积矩阵的阶数也未必相等

例如　$A_{2\times3}B_{3\times2} = (AB)_{2\times2}$　$B_{3\times2}A_{2\times3} = (BA)_{3\times3}$.

任意给定的两个矩阵A Ú B　即使AB Ú BA都 Œ 以计算并且结 J 是 Ó 阶矩阵　也未必相等.

例如

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

$AB =$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$\color{blue}{A}\color{red}{B} = \color{blue}{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}\color{red}{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}} = \Bigg(\color{blue}{1} \times \color{red}{1} + \color{blue}{(-1)} \times \color{red}{2}$$

1.2 矩阵的

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

$$
\color{blue}{A}\color{red}{B} = \color{blue}{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}\color{red}{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 1\times 1+(-1)\times 2 & 1\times 1+(-1)\times 2 \\ (-1)\times 1+1\times 2 & \end{pmatrix}
$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$AB=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times 1+(-1)\times 2 & 1\times 1+(-1)\times 2\\ (-1)\times 1+1\times 2 & (-1)\times 1+1\times 2\end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times 1+(-1)\times 2 & 1\times 1+(-1)\times 2 \\ (-1)\times 1+1\times 2 & (-1)\times 1+1\times 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + (-1) \times 2 & 1 \times 1 + (-1) \times 2 \\ (-1) \times 1 + 1 \times 2 & (-1) \times 1 + 1 \times 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA =$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$AB=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times 1+(-1)\times 2 & 1\times 1+(-1)\times 2\\ (-1)\times 1+1\times 2 & (-1)\times 1+1\times 2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times 1 + (-1)\times 2 & 1\times 1 + (-1)\times 2 \\ (-1)\times 1 + 1\times 2 & (-1)\times 1 + 1\times 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \Bigg(1\times 1 + 1\times(-1)$$

1.2 矩阵的 ' 系 ĺž 算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + (-1) \times 2 & 1 \times 1 + (-1) \times 2 \\ (-1) \times 1 + 1 \times 2 & (-1) \times 1 + 1 \times 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 1 \times (-1) & 1 \times (-1) + 1 \times 1 \\ & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + (-1) \times 2 & 1 \times 1 + (-1) \times 2 \\ (-1) \times 1 + 1 \times 2 & (-1) \times 1 + 1 \times 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + 1 \times (-1) & 1 \times (-1) + 1 \times 1 \\ 2 \times 1 + 2 \times (-1) & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 <garbled> 算

$$AB=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times1+(-1)\times2 & 1\times1+(-1)\times2\\(-1)\times1+1\times2 & (-1)\times1+1\times2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-1&-1\\1&1\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}1&1\\2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times1+1\times(-1) & 1\times(-1)+1\times1\\2\times1+2\times(-1) & 2\times(-1)+2\times1\end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

$$AB=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times 1+(-1)\times 2 & 1\times 1+(-1)\times 2\\ (-1)\times 1+1\times 2 & (-1)\times 1+1\times 2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times 1+1\times(-1) & 1\times(-1)+1\times 1\\ 2\times 1+2\times(-1) & 2\times(-1)+2\times 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times 1+(-1)\times 2 & 1\times 1+(-1)\times 2 \\ (-1)\times 1+1\times 2 & (-1)\times 1+1\times 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times 1+1\times(-1) & 1\times(-1)+1\times 1 \\ 2\times 1+2\times(-1) & 2\times(-1)+2\times 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A 别 当矩阵A、B满足$AB = BA$时 矩阵A † B Œ 交换.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(10) 矩阵的 { 不满足消去律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ⁻算

(10) 矩阵的 { 不满足消去律

任意的矩阵$A \in F^{m\times s}$ $B; C \in F^{s\times n}$ d $AB = AC$

且$A \neq 0$时 未必 k $B = C$.

即 等式$AB = AC$的两边不能消去 š 0矩阵A.

1.2 矩阵的 ' 系 [illegible]算

(10) 矩阵的 { 不满足消去律

任意的矩阵 $A \in F^{m\times s}$ $B;C \in F^{s\times n}$ d $AB = AC$

且 $A \neq 0$ 时 未必 k $B = C$.

即 等式 $AB = AC$ 的两边不能消去 š 0 矩阵 A.

例如

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 ûž 算

(10) 矩阵的 { 不满足消去律

任意的矩阵$A \in F^{m\times s}$ $B; C \in F^{s\times n}$ d $AB = AC$

且$A \neq 0$时 未必 k $B = C$.

即 等式$AB = AC$的两边不能消去 š 0矩阵A.

例如

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \ C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = AC$$

1.2 矩阵的 ' 系 ûŽ 算

(10) 矩阵的 { 不满足消去律

任意的矩阵 $A \in F^{m\times s}$ $B; C \in F^{s\times n}$ d $AB = AC$

且 $A \neq 0$ 时 未必 k $B = C$.

即 等式 $AB = AC$ 的两边不能消去 š 0 矩阵 A.

例如

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \ C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = AC$$

即 $AB = AC$ 且 $A \neq 0$ 但 $B \neq C$.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

(11) 矩阵的 { 满足结 Ü 律

1.2 矩阵的 ' 系 Ŭ꒷ 算

(11) 矩阵的　{ 满足结 Ü 律

即　任意的矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times t}; C \in F^{t\times n}$

k $(AB)C = A(BC)$.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

(11) 矩阵的 { 满足结 Ü 律

即 任意的矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times t}; C \in F^{t\times n}$

k $(AB)C = A(BC)$.

(12) 矩阵的 { 对矩阵的加 { k 左、 m © 配律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü֒ 算

(11) 矩阵的 ｛满足结 Ü 律

即 任意的矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times t}; C \in F^{t\times n}$

k $(AB)C = A(BC)$.

(12) 矩阵的 ｛对矩阵的加｛ k 左、 m © 配律

即 任意的矩阵$A \in F^{m\times s}; B; C \in F^{s\times n}$

则$A(B + C) = AB + AC$(左 © 配律)

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(11) 矩阵的 { 满足结 Ü 律

即 任意的矩阵 $A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times t}; C \in F^{t\times n}$

k $(AB)C = A(BC)$.

(12) 矩阵的 { 对矩阵的加 { k 左、 m © 配律

即 任意的矩阵 $A \in F^{m\times s}; B; C \in F^{s\times n}$

则 $A(B + C) = AB + AC$ (左 © 配律)

即 任意的矩阵 $A; B \in F^{m\times s}; C \in F^{s\times n}$

则 $(A + B)C = AC + BC$ (m © 配律)

1.2 矩阵的 ' 系 Ü$\preceq$算

(11) 矩阵的 { 满足结 Ü 律

即 任意的矩阵$A \in F^{m \times s}; B \in F^{s \times t}; C \in F^{t \times n}$

k $(AB)C = A(BC)$.

(12) 矩阵的 { 对矩阵的加 { k 左、 m © 配律

即 任意的矩阵$A \in F^{m \times s}; B; C \in F^{s \times n}$

则$A(B + C) = AB + AC$(左 © 配律)

即 任意的矩阵$A; B \in F^{m \times s}; C \in F^{s \times n}$

则$(A + B)C = AC + BC$(m © 配律)

(13) 在矩阵 { 中 单位矩阵 † 任 Û 矩阵的积(在 Œ 求积的时 ÿ)都是任 Û 矩阵自身

1.2 矩阵的 ' 系 Û 算

(11) 矩阵的 { 满足结 Ü 律

即 任意的矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times t}; C \in F^{t\times n}$

k $(AB)C = A(BC)$.

(12) 矩阵的 { 对矩阵的加 { k 左、 m © 配律

即 任意的矩阵$A \in F^{m\times s}; B; C \in F^{s\times n}$

则$A(B+C) = AB + AC$(左 © 配律)

即 任意的矩阵$A; B \in F^{m\times s}; C \in F^{s\times n}$

则$(A+B)C = AC + BC$(m © 配律)

(13) 在矩阵 { 中 单位矩阵 † 任 Û 矩阵的积(在 Œ 求积的时 ÿ)都是任 Û 矩阵自身

即 任意的矩阵$A \in F^{m\times n}$ 都 k $I_m A = A = A I_n$ 其中$I_m; I_n$ © 别是$m; n$阶单位矩阵.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

即　任意数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$　都 k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ̃ 算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

即　任意数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$　都 k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

(15) 数 † 矩阵的　积 Œ 以 w 作数量阵 † 矩阵的　积

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ¬ 算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

即 任意数 k Ú 矩阵 $A \in F^{m \times s}; B \in F^{s \times n}$ 都 k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

(15) 数 † 矩阵的 积 Œ 以 w 作数量阵 † 矩阵的 积

设 K_m 是 d 数 k 所决定的 $m \times m$ 阶数量矩阵 即

$$K_m = \begin{pmatrix} k & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = kI_m$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü ~ 算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

即　任意数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$　都 k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

(15) 数 † 矩阵的　积 Œ 以 w 作数量阵 † 矩阵的　积

设K_m是 d 数k所决定的$m \times m$阶数量矩阵　即

$$K_m = \begin{pmatrix} k & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = kI_m$$

任意的矩阵$A \in F^{m\times n}$　都 k $K_mA = kA = AK_n$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

即 任意数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$ 都 k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

(15) 数 † 矩阵的 积 Œ 以 w 作数量阵 † 矩阵的 积

设K_m是 d 数k所决定的$m \times m$阶数量矩阵 即

$$K_m = \begin{pmatrix} k & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = kI_m$$

任意的矩阵$A \in F^{m\times n}$ 都 k $K_mA = kA = AK_n$

(16)矩阵的幂

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(14) 数积 † 矩阵积具 k 结 Ü 律

即 任意数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$ 都 k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

(15) 数 † 矩阵的 积 Œ 以 w 作数量阵 † 矩阵的 积

设K_m是 d 数k所决定的$m \times m$阶数量矩阵 即

$$K_m = \begin{pmatrix} k & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = kI_m$$

任意的矩阵$A \in F^{m\times n}$ 都 k $K_mA = kA = AK_n$

(16)矩阵的幂

A是$n \times n$阶矩阵 m个矩阵A相 为A的m次幂 记作A^m.

1.2 矩阵的'系Ü算

(14) 数积†矩阵积具k结Ü律

即 任意数kÚ矩阵$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$ 都k

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

(15) 数†矩阵的 积Œ以w作数量阵†矩阵的 积

设K_m是d数k所决定的$m \times m$阶数量矩阵 即

$$K_m = \begin{pmatrix} k & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = kI_m$$

任意的矩阵$A \in F^{m\times n}$ 都k $K_mA = kA = AK_n$

(16)矩阵的幂

A是$n \times n$阶矩阵 m个矩阵A相 为A的m次幂 记作A^m. 任意的正整数$k; l$ 矩阵的幂算满足

$$A^kA^l = A^{k+l}; (A^k)^l = A^{kl}.$$

1.2 矩阵的 ' 系 UZ 算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立.

1.2 矩阵的 ' 系 ǘ算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立.

当$A; B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^k B^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

1.2 矩阵的 ' 系 ǗŹ算

注意　两个$n \times n$矩阵$A; B$　$(AB)^k = A^k B^k$一般不　立.
当$A; B$ Œ 交换时　$(AB)^k = A^k B^k$　立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵　将$A$的　列互换　即把$A$的第1　　为第1列　第2　　为第2列　$:::$　第m　　为第m列　得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$　则　矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$.

1.2 矩阵的 ' 系 以运算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立.
当$A; B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^k B^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵 将$A$的 列互换 即把$A$的第1 为第1列 第2 为第2列 $:::$ 第m 为第m列 得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$ 则 矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立.
当$A; B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^k B^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵 将$A$的 列互换 即把$A$的第1 为第1列 第2 为第2列 $:::$ 第m 为第m列 得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$ 则 矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \end{array} \right.$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü算

注意　两个$n \times n$矩阵$A; B$　$(AB)^k = A^k B^k$一般不　立. 当$A; B$ Œ 交换时　$(AB)^k = A^k B^k$　立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵　将$A$的　列互换　即把$A$的第1　　为第1列　第2　　为第2列　$: : :$　第m　　为第m列　得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$　则　矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \quad A^t = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{1n} \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 L运算

注意 两个$n \times n$矩阵$A;B$ $(AB)^k = A^kB^k$一般不 立.
当$A;B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^kB^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m\times n}$是$m \times n$阶矩阵 将A的 列互换 即把A的第1 为第1列 第2 为第2列 $:::$ 第m 为第m列 得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n\times m}$ 则 矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \ A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立. 当$A; B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^k B^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵 将$A$的 列互换 即把$A$的第1 为第1列 第2 为第2列 $:::$ 第m 为第m列 得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$ 则 矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \quad A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdot \\ a_{12} & a_{22} & \cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdot \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立.
当$A; B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^k B^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵 将$A$的 列互换 即把$A$的第1 为第1列 第2 为第2列 $:::$ 第m 为第m列 得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$ 则 矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \quad A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdot & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdot & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdot & a_{mn} \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

注意 两个$n \times n$矩阵$A; B$ $(AB)^k = A^k B^k$一般不 立.
当$A; B$ Œ 交换时 $(AB)^k = A^k B^k$ 立.

定义1.5 (矩阵的转置)

设$A = (a_{ij})_{m \times n}$是$m \times n$阶矩阵 将$A$的 列互换 即把$A$的第1 为第1列 第2 为第2列 $:::$ 第m 为第m列 得到$n \times m$阶矩阵$B = (a_{ji})_{n \times m}$ 则 矩阵B是矩阵A的转置矩阵.记作$B = A'$或$B = A^t$. 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \quad A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdot & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdot & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdot & a_{mn} \end{pmatrix}$$

矩阵的转置实际上是对矩阵的一个变 .

若$A^t = A$ 则 A 是对 矩阵.

1.2 矩阵的 ' 系 Ű乛算

(17)两个矩阵 Ú 的转置等 u 转置的 Ú

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 运算

(17)两个矩阵 Ú 的转置等 u 转置的 Ú

即 任意的$A; B \in F^{m \times n}$ 都 k $(A+B)^t = A^t + B^t$

1.2 矩阵的 ' 系 Ûž算

(17)两个矩阵 Ú 的转置等 u 转置的 Ú

即　任意的$A; B \in F^{m\times n}$　都 k $(A+B)^t = A^t + B^t$

(18)数 † 矩阵积的转置等 u 转置矩阵的数积

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(17)两个矩阵 Ú 的转置等 u 转置的 Ú

即　任意的$A; B \in F^{m\times n}$　都 k $(A+B)^t = A^t + B^t$

(18)数 † 矩阵积的转置等 u 转置矩阵的数积

即　任意的数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times n}$　都 k $(kA)^t = kA^t$

1.2 矩阵的 ' 系 Ú$\S$算

(17)两个矩阵 Ú 的转置等 u 转置的 Ú

即　任意的$A; B \in F^{m\times n}$　都 k $(A+B)^t = A^t + B^t$

(18)数 † 矩阵积的转置等 u 转置矩阵的数积

即　任意的数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times n}$　都 k $(kA)^t = kA^t$

(19)两个矩阵　积的转置等 u 颠倒顺　的转置的积

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

(17)两个矩阵 Ú 的转置等 u 转置的 Ú

即　任意的$A; B \in F^{m\times n}$　都 k $(A+B)^t = A^t + B^t$

(18)数 † 矩阵积的转置等 u 转置矩阵的数积

即　任意的数k Ú 矩阵$A \in F^{m\times n}$　都 k $(kA)^t = kA^t$

(19)两个矩阵　积的转置等 u 颠倒顺　的转置的积

即　任意的$A \in F^{m\times s}; B \in F^{s\times n}$　都 k $(AB)^t = B^tA^t$.

1.2 矩阵的 ' 系运算

例2.1（ 乡人・流动模 ）

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⊏ꜰ 算

例2.1 （　乡人 • 流动模　）

Ï L 对　乡人 • 流动做年度调乘　u 现每年农村居民的20%移居　镇　　　镇居民的10%流入农村.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

例2.1（ 乡人•流动模 ）

Ï L对 乡人•流动做年度调乘 u现每年农村居民的20%移居 镇 镇居民的10%流入农村.假如 乡总人•保不变 并且人•流动的这种趋势继 下去 那么最终 镇人•†农村人•的©布是Ä会趋u一个“稳定状 ”

设人•总数为m 调乘 始 镇人•为x_0 农村人•为y_0 一年后 则$x_0 + y_0 = m$ 且

镇人• $x_1 = 0{:}9x_0 + 0{:}2y_0;$

1.2 矩阵的 ' 系 㢟 算

例2.1 (乡人 • 流动模)

Ï L 对 乡人 • 流动做年度调乘 u 现每年农村居民的20%移居 镇 镇居民的10%流入农村.假如 乡总人 • 保不变 并且人 • 流动的这种趋势继 下去 那么最终 镇人 • † 农村人 • 的 © 布是 Ä 会趋 u 一个 "稳定状 "

设人 • 总数为m 调乘 始 镇人 • 为x_0 农村人 • 为y_0 一年后 则$x_0 + y_0 = m$ 且

镇人 • $x_1 = 0.9x_0 + 0.2y_0$; 农村人 • $y_1 = 0.1x_0 + 0.8y_0$.

^ 矩阵表示就是

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ & \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 ÜŽ算

例2.1 (乡人 • 流动模)

Ï L 对 乡人 • 流动做年度调乘 u 现每年农村居民的20%移居 镇 镇居民的10%流入农村.假如 乡总人 • 保不变 并且人 • 流动的这种趋势继 下去 那么最终 镇人 • † 农村人 • 的 © 布是 Ä 会趋 u 一个 “稳定状 ”

设人 • 总数为m 调乘 始 镇人 • 为x_0 农村人 • 为y_0 一年后 则$x_0 + y_0 = m$ 且

镇人 • $x_1 = 0{:}9x_0 + 0{:}2y_0;$ 农村人 • $y_1 = 0{:}1x_0 + 0{:}8y_0{:}$

^ 矩阵表示就是

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

例2.1（ 乡人•流动模 ）

Ï L 对 乡人•流动做年度调乘 u 现每年农村居民的20%移居 镇 镇居民的10%流入农村.假如 乡总人•保不变 并且人•流动的这种趋势继 下去 那么最终 镇人•† 农村人•的©布是Ä会趋u一个“稳定状 ”

设人•总数为m 调乘 始 镇人•为x_0 农村人•为y_0 一年后 则$x_0 + y_0 = m$ 且

镇人• $x_1 = 0{:}9x_0 + 0{:}2y_0;$ 农村人• $y_1 = 0{:}1x_0 + 0{:}8y_0{:}$

^ 矩阵表示就是

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 ü运算

两年之后　则

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \color{red}{0{:}9} & \color{red}{0{:}2} \\ \color{blue}{0{:}1} & \color{blue}{0{:}8} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 ῦ 算

两年之后　则

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

两年之后　则

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

两年之后　则

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

两年之后　则

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

n年之后　则 k $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

1.2 矩阵的 ' 系 ÜÏ算

两年之后　则

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

n年之后　则 k $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

Œ 以利 ^ 下面的矩阵ÿ算 ' 系计算矩阵的n次 • 幂.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0{:}7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{:}9 & 0{:}2 \\ 0{:}1 & 0{:}8 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}^n = \left(\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \right)^n$$

1.2 矩阵的 ' 系 [illegible]算

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}^n = \left(\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \right)^n$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü运算

$$\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0.9 & 0.2\\ 0.1 & 0.8\end{pmatrix}^n = \left(\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0.7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{pmatrix}\right)^n$$

$$= \begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0.7\end{pmatrix}^n\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}^n = \left(\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \right)^n$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 Ü 算

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(0.7)^n & \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(0.7)^n \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(0.7)^n & \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(0.7)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系运算

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(0.7)^n & \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(0.7)^n \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(0.7)^n & \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(0.7)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0.7)^n \\ \frac{1}{3}m - \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0.7)^n \end{pmatrix}$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}+\frac{1}{3}(0{:}7)^n & \frac{2}{3}-\frac{2}{3}(0{:}7)^n \\ \frac{1}{3}-\frac{1}{3}(0{:}7)^n & \frac{1}{3}+\frac{2}{3}(0{:}7)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}m+\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \\ \frac{1}{3}m-\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \end{pmatrix}$$

即 $$\begin{cases} x_n = \frac{2}{3}m+\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \\ y_n = \frac{1}{3}m-\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \end{cases}$$

1.2 矩阵的 ' 系 运算

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(0.7)^n & \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(0.7)^n \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(0.7)^n & \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(0.7)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0.7)^n \\ \frac{1}{3}m - \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0.7)^n \end{pmatrix}$$

即 $$\begin{cases} x_n = \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0.7)^n \\ y_n = \frac{1}{3}m - \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0.7)^n \end{cases}$$

$$\lim_{n\to\infty}(0.7)^n = 0$$

1.2 矩阵的 ' 系 ü 算

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(0{:}7)^n & \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(0{:}7)^n \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(0{:}7)^n & \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(0{:}7)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0{:}7)^n \\ \frac{1}{3}m - \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0{:}7)^n \end{pmatrix}$$

即 $\begin{cases} x_n = \frac{2}{3}m + \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0{:}7)^n \\ y_n = \frac{1}{3}m - \frac{1}{3}(x_0 - 2y_0)(0{:}7)^n \end{cases}$

$$\lim_{n\to\infty}(0{:}7)^n = 0$$

所以 若干年后 镇人•稳定在总人•的$\frac{2}{3}$ 农村人•稳定在总人•的$\frac{1}{3}$.

1.2 矩阵的 ' 系 Ü⌐算

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}+\frac{1}{3}(0{:}7)^n & \frac{2}{3}-\frac{2}{3}(0{:}7)^n \\ \frac{1}{3}-\frac{1}{3}(0{:}7)^n & \frac{1}{3}+\frac{2}{3}(0{:}7)^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}m+\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \\ \frac{1}{3}m-\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \end{pmatrix}$$

即 $\begin{cases} x_n = \frac{2}{3}m+\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \\ y_n = \frac{1}{3}m-\frac{1}{3}(x_0-2y_0)(0{:}7)^n \end{cases}$

$$\lim_{n\to\infty}(0{:}7)^n = 0$$

所以 若干年后 镇人•稳定在总人•的$\frac{2}{3}$ 农村人•稳定在总人•的$\frac{1}{3}$.

即 在人•流动状 不变的情 ¹ 下 随着时间的 ı 移 农村人• Ú 镇人• 将趋 u 一个稳定的状 .

Thank you!

Author: Ning Qun

Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China

Email: Ning.qun@163.com