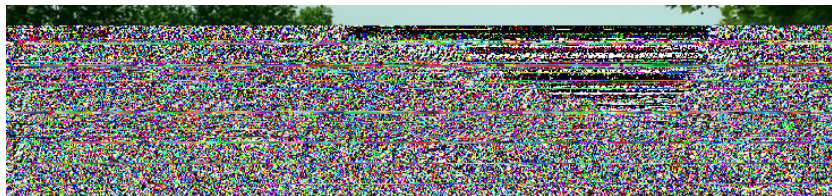


线性代数

第一 矩阵及其 算

宿州学 数学与统计学



目 1

1 1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 m n 数组成的数 可以按 1 某种方式对其
 其进行需要的 形.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 个数组成的数阵，可以按某种方式对其进行需要的行、列变换。常用的行、列变换方式主要有



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 数组成的数阵，可以按以下某种方式对其进行需要的行变换。常用的行变换方式主要有：

交换矩阵的某两行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 数组成的数阵，可以按以下某种方式对其进行需要的初等变换。常用的初等变换方式主要有

交换矩阵的某两行

将某一行的所有元素乘以同一个非零数



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 数组成的数阵，可以按以下某种方式对其进行需要的行变换。常用的行变换方式主要有

交换矩阵的某两行

将某一行的所有元素乘以同一个非零数

将矩阵的某一行乘一个数加到另一行。



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 数组成的数阵，可以按以下某种方式对其进行需要的行变换。常用的行变换方式主要有

交换矩阵的某两行

将某一行的所有元素乘以同一个非零数

将矩阵的某一行乘一个数加到另一行。

称以上三种常用的行变换为矩阵的初等行变换。



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 数组成的数阵，可以按某种方式对其进行需要的行变换。常用的行变换方式主要有

交换矩阵的某两行

将某一行的所有元素乘以同一个非零数

将矩阵的某一行乘一个数加到另一行。

称这三种常用的行变换为矩阵的初等行变换。

矩阵经过上述三种初等行变换可以化为什么形式呢



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 个数组成的数阵，可以按某种方式对其进行需要的行变换。常用的行变换方式主要有

交换矩阵的某两行

将某一行的所有元素乘以同一个非零数

将矩阵的某一行乘一个数加到另一行。

称这三种常用的行变换为矩阵的初等行变换。

矩阵经过上述三种初等行变换可以化为什么形式呢

矩阵经过初等行变换可以化为阶梯形矩阵，且可以进一步化为规范阶梯形矩阵。



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

矩阵是一个由 $m \times n$ 数组成的数阵，可以按某种方式对其进行需要的行变换。常用的行变换方式主要有

交换矩阵的某两行

将某一行的所有元素乘以同一个非零数

将矩阵的某一行乘一个数加到另一行。

称这三种常用的行变换为矩阵的初等行变换。

矩阵经过上述三种初等行变换可以化为什么形式呢？

矩阵经过初等行变换可以化为阶梯形矩阵，且可以进一步化为规范阶梯形矩阵。

下面通过实例体会矩阵的初等行变换。



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第1行乘(-2)加到第2行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第1行乘(-2)加到第2行

第1行乘(-1)加到第3行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第1行乘(-2)加到第2行

第1行乘(-1)加到第3行

第1行乘(-1)加到第4行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第1行乘(-2)加到第2行
第1行乘(-1)加到第3行
第1行乘(-1)加到第4行

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{第1行乘(-2)加到第2行} \\ \text{第1行乘(-1)加到第3行} \\ \text{第1行乘(-1)加到第4行} \end{array}$$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ & & & & \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{第1行乘(-2)加到第2行} \\ \text{第1行乘(-1)加到第3行} \\ \text{第1行乘(-1)加到第4行} \end{array}$$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第1行乘(-2)加到第2行
第1行乘(-1)加到第3行
第1行乘(-1)加到第4行

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.7 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 对A实施初等行

换 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

第1行乘(-2)加到第2行
第1行乘(-1)加到第3行
第1行乘(-1)加到第4行

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第2行乘(-2)加到第3行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘} \frac{1}{8}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$ 

1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第3行乘 (-1) 加到第1行

1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{8}$ 第4行乘 $(-\frac{1}{2})$

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第4行乘 (-1) 加到第1行

第4行加到第2行

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第3行乘 (-1) 加到第1行

第3行乘3加到第2行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

 $!$ 

1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$I \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行

第2行乘(-1)



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行

第2行乘(-1)

$$!$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行

第2行乘(-1)

$$! \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行

第2行乘(-1)

$$! \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行

第2行乘(-1)

$$! \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

第2行加到第1行

第2行乘(-1)

$$! \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

单位矩阵是特殊的规范阶梯形矩阵 什么样的矩阵经过初等
行 换可以化为单位矩阵呢



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.





1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

第2行加到第3行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(\frac{1}{2})$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(\frac{1}{2}) \quad !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(\frac{1}{2}) \quad !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(\frac{1}{2}) \quad !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(-1)\text{加到第2行}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(\frac{1}{2}) \quad !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(-1)\text{加到第2行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

2 看一个 ~ 子.

~ 1.8 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 将A化为规范阶梯形矩阵.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第1行乘}(-1)\text{加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{第2行加到第3行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(\frac{1}{2}) \quad !$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{第3行乘}(-1)\text{加到第2行} \quad ! \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行





1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行 !
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行 !
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵A经过初等行 换化为单位矩阵(规范阶梯形矩阵).而矩阵A也是~1.6中的可逆矩阵.

问题是



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行 !
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵A经过初等行 换化为单位矩阵(规范阶梯形矩阵).而矩阵A也是 ~ 1.6中的可逆矩阵.

问题是 可逆矩阵经过初等行 换是否都可以化为单位矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行 !
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵A经过初等行 换化为单位矩阵(规范阶梯形矩阵).而矩阵A也是 ~ 1.6中的可逆矩阵.

问题是 可逆矩阵经过初等行 换是否都可以化为单位矩阵
经过初等行 换可以化为单位矩阵的矩阵是否一定可逆



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行 !
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵A经过初等行 换化为单位矩阵(规范阶梯形矩阵).而矩阵A也是 ~ 1.6中的可逆矩阵.

问题是 可逆矩阵经过初等行 换是否都可以化为单位矩阵
经过初等行 换可以化为单位矩阵的矩阵是否一定可逆
矩阵的求逆与初等行 换之间有什么关系







1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.9 (1) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行与第 j 行交换 得到的矩阵记作 $P(i; j)$.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.9 (1) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行与第 j 行交换 得到的矩阵记作 $P(i; j)$. 如

$$P(1; 3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.9 (1) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行与第 j 行交换 得到的矩阵记作 $P(i; j)$. 如

$$P(1; 3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P(2; 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.9 (1) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行与第 j 行交换 得到的矩阵记作 $P(i; j)$. 如

$$P(1; 3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P(2; 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行乘上非 " 数 c 得到的矩阵记作 $P(i(c))$.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.9 (1) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行与第 j 行交换 得到的矩阵记作 $P(i; j)$. 如

$$P(1; 3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P(2; 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行乘上非 " 数 c 得到的矩阵记作 $P(i(c))$. 如

$$P(2(-1)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.9 (1) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行与第 j 行交换 得到的矩阵记作 $P(i; j)$. 如

$$P(1; 3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P(2; 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行乘上非 " 数 c 得到的矩阵记作 $P(i(c))$. 如

$$P(2(-1)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P(3(\frac{1}{3})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

(3) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行乘数 k 加到第 j 行 得到的矩阵记作 $P(i(k); j)$.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

(3) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行乘数 k 加到第 j 行 得到的矩阵记作 $P(i(k); j)$. 如

$$P(2(-2); 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

(3) 将 n 阶单位矩阵的第 i 行乘数 k 加到第 j 行 得到的矩阵记作 $P(i(k); j)$. 如

$$P(2(-2); 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P(4(-3); 1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{31} \\ a_{32} \\ a_{33} \\ a_{34} \\ a_{35} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} \\ \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$=$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$P(1;3)A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$\begin{aligned}
 P(1;3)A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

观察上述初等矩阵与4 5的乘积.

$$\begin{aligned}
 P(1;3)A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

积矩阵 $P(1;3)A$ 是交换矩阵 A 的第1行和第3行所得的矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
 P(2;3)A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2;3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
 P(2;3)A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
 P(2;3)A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

积矩阵 $P(2;3)A$ 是交换矩阵 A 的第2行和第3行所得的矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2(1))A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2(1))A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2(1))A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 1)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 1)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 1)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2(-1))A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

积矩阵 $P(2(-1))A$ 是将矩阵 A 的第2行乘 (-1) 所得的矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(3(\frac{1}{3}))A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P\left(3\left(\frac{1}{3}\right)\right)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(3(\frac{1}{3}))A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P\left(3\left(\frac{1}{3}\right)\right)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P\left(3\left(\frac{1}{3}\right)\right)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ \frac{1}{3}a_{31} & \frac{1}{3}a_{32} & \frac{1}{3}a_{33} & \frac{1}{3}a_{34} & \frac{1}{3}a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P\left(3\left(\frac{1}{3}\right)\right)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ \frac{1}{3}a_{31} & \frac{1}{3}a_{32} & \frac{1}{3}a_{33} & \frac{1}{3}a_{34} & \frac{1}{3}a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
 P\left(3\left(\frac{1}{3}\right)\right)A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ \frac{1}{3}a_{31} & \frac{1}{3}a_{32} & \frac{1}{3}a_{33} & \frac{1}{3}a_{34} & \frac{1}{3}a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

积矩阵 $P\left(3\left(\frac{1}{3}\right)\right)A$ 是将矩阵 A 的第3行乘 $\frac{1}{3}$ 所得的矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & 2a_{21} & a_{32} & 2a_{22} & a_{33} & 2a_{23} & a_{34} & 2a_{24} & a_{35} & 2a_{25} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & 2a_{21} & a_{32} & 2a_{22} & a_{33} & 2a_{23} & a_{34} & 2a_{24} & a_{35} & 2a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(2 \leftrightarrow 3)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & 2a_{21} & a_{32} & 2a_{22} & a_{33} & 2a_{23} & a_{34} & 2a_{24} & a_{35} & 2a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

积矩阵 $P(2 \leftrightarrow 3)A$ 是将矩阵 A 的第2行乘 (-2) 加到第3行所得的矩阵



1.4 C

逆矩



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(4(3);1)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(4(3);1)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & 3a_{41} & a_{12} & 3a_{42} & a_{13} & 3a_{43} & a_{14} & 3a_{44} & a_{15} & 3a_{45} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
 P(4(3);1)A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_{11} & 3a_{41} & a_{12} & 3a_{42} & a_{13} & 3a_{43} & a_{14} & 3a_{44} & a_{15} & 3a_{45} \\ a_{21} & & a_{22} & & a_{23} & & a_{24} & & a_{25} \\ a_{31} & & a_{32} & & a_{33} & & a_{34} & & a_{35} \\ a_{41} & & a_{42} & & a_{43} & & a_{44} & & a_{45} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$P(4(-3);1)A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & 3a_{41} & a_{12} & 3a_{42} & a_{13} & 3a_{43} & a_{14} & 3a_{44} & a_{15} & 3a_{45} \\ a_{21} & & a_{22} & & a_{23} & & a_{24} & & a_{25} \\ a_{31} & & a_{32} & & a_{33} & & a_{34} & & a_{35} \\ a_{41} & & a_{42} & & a_{43} & & a_{44} & & a_{45} \end{pmatrix}$$

积矩阵 $P(4(-3);1)A$ 是将矩阵 A 的第4行乘 (-3) 加到第1行所得的矩阵

□矩阵逆□与□换



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结 0 是



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.即

3 矩阵 A 的左 分 乘上 $P(i; j); P(i(c)); P(i(k); j)$ 积矩阵
就是对 A 实施同样的初等行 换所得的矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.即

3 矩阵 A 的左 分 乘上 $P(i; j); P(i(c)); P(i(k); j)$ 积矩阵
就是对 A 实施同样的初等行 换所得的矩阵.

单位矩阵经过一次初等行 换所得的矩阵称为初等矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.即

3 矩阵 A 的左 分 乘上 $P(i; j); P(i(c)); P(i(k); j)$ 积矩阵
就是对 A 实施同样的初等行 换所得的矩阵.

单位矩阵经过一次初等行 换所得的矩阵称为初等矩阵.

初等矩阵有三种 a 型



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.即

3 矩阵 A 的左 分 乘上 $P(i; j); P(i(c)); P(i(k); j)$ 积矩阵
就是对 A 实施同样的初等行 换所得的矩阵.

单位矩阵经过一次初等行 换所得的矩阵称为初等矩阵.

初等矩阵有三种 a 型

$P(i; j)$ (交换单位矩阵的第 i 行和第 j 行)



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.即

3 矩阵 A 的左 分 乘上 $P(i; j); P(i(c)); P(i(k); j)$ 积矩阵
就是对 A 实施同样的初等行 换所得的矩阵.

单位矩阵经过一次初等行 换所得的矩阵称为初等矩阵.

初等矩阵有三种 a 型

$P(i; j)$ (交换单位矩阵的第 i 行和第 j 行)

$P(i(c))$ (将单位矩阵的第 i 行乘非 " 数 c)



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

结论是

$P(i; j)A$ 就是交换矩阵 A 的第 i 行和第 j 行所得的矩阵

$P(i(c))A$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 c 所得的矩阵

$P(i(k); j)$ 就是将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行所得的矩阵.即

3 矩阵 A 的左 分 乘上 $P(i; j); P(i(c)); P(i(k); j)$ 积矩阵
就是对 A 实施同样的初等行 换所得的矩阵.

单位矩阵经过一次初等行 换所得的矩阵称为初等矩阵.

初等矩阵有三种 a 型

$P(i; j)$ (交换单位矩阵的第 i 行和第 j 行)

$P(i(c))$ (将单位矩阵的第 i 行乘非 " 数 c)

$P(i(k); j)$ (将单位矩阵的第 i 行乘数 k 加到第 j 行).



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 对 A 实施初等行 换就相当于 $3 A$ 的左
乘上相应的初等矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 对 A 实施初等行 换就相当于 $3 A$ 的左
 乘上相应的初等矩阵. 即

交换 A 的第 i 行和第 j 行 就相当于 $3 A$ 的左 乘上 m 阶的矩
 阵 $P(i; j)$



1.4 初等 换与□□□□



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 对 A 实施初等行 换就相当于 $3 A$ 的左 乘上相应的初等矩阵. 即

交换 A 的第 i 行和第 j 行 就相当于 $3 A$ 的左 乘上 m 阶的矩阵 $P(i; j)$

将矩阵 A 的第 i 行乘非 " 数 c 就相当于 $3 A$ 的左 乘上 m 阶的矩阵 $P(i(c))$

将矩阵 A 的第 i 行乘数 k 加到第 j 行就相当于 $3 A$ 的左 乘上 m 阶的矩阵 $P(i(k); j)$.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

$$P(1(-1); 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

第2行加到第3行

$$P(1(-1); 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

$$P(1(-1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

第2行加到第3行

$$P(2(1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

$$P(1(-1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

第2行加到第3行

$$P(2(1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{2}$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

$$P(1(-1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

第2行加到第3行

$$P(2(1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{2}$

$$P(3(\frac{1}{2})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行 换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

$$P(1(-1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

第2行加到第3行

$$P(2(1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{2}$

$$P(3(\frac{1}{2})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.10 较 ~ 1.8 中的初等行 换过程 其每一 初等行
换对应的初等矩阵分 为

第1行乘(-1)加到第3行

$$P(1(-1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

第2行加到第3行

$$P(2(1);3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

第3行乘 $\frac{1}{2}$

$$P(3(\frac{1}{2})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行

$$P(3(-1);2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行

$$P(2(-1); 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行

$$P(2(-1); 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

将这些初等矩阵按序左乘 3 矩阵A的左 有

$$P(2(-1); 1)P(3(-1); 2)P(3(\frac{1}{2}))P(2(1); 3)P(1(-1); 3)A =$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行

$$P(2(-1); 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

将这些初等矩阵按序左乘 3 矩阵A的左 有

$$P(2(-1); 1)P(3(-1); 2)P(3(\frac{1}{2}))P(2(1); 3)P(1(-1); 3)A =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} A$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

第2行乘(-1)加到第1行

$$P(2(-1);1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

将这些初等矩阵按序左乘 3 矩阵A的左 有

$$P(2(-1);1)P(3(-1);2)P(3(\frac{1}{2}))P(2(1);3)P(1(-1);3)A =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} A =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

直接验证:

初等矩阵 $P(i; j)$ $P(i(c))$ $P(i(k); j)$ 都是可逆矩阵 且



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

直接验证:

初等矩阵 $P(i; j)$ $P(i(c))$ $P(i(k); j)$ 都是可逆矩阵 且

$$P^{-1}(i; j) = P(i; j);$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

直接验证:

初等矩阵 $P(i; j)$ $P(i(c))$ $P(i(k); j)$ 都是可逆矩阵 且

$$P^{-1}(i; j) = P(i; j); P^{-1}(i(c)) = P(i(\frac{1}{c}));$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

直接验证:

初等矩阵 $P(i; j)$ $P(i(c))$ $P(i(k); j)$ 都是可逆矩阵 且

$$P^{-1}(i; j) = P(i; j); P^{-1}(i(c)) = P(i(\frac{1}{c})); P^{-1}(i(k); j) = P(i(-k); j):$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

直接验证:

初等矩阵 $P(i; j)$ $P(i(c))$ $P(i(k); j)$ 都是可逆矩阵 且

$$P^{-1}(i; j) = P(i; j); P^{-1}(i(c)) = P(i(\frac{1}{c})); P^{-1}(i(k); j) = P(i(-k); j):$$

即 初等矩阵都是可逆矩阵 且初等矩阵的逆矩阵也是同 a 型的初等矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与
初等矩阵的关系 K 存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \dots P_2 P_1 A = I;$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 K 存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \dots P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m \dots P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 可存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \dots P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m \dots P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1};$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 可存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \dots P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m \dots P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1}; P_{m-1}^{-1};$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 可存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \dots P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m \dots P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1}; P_{m-1}^{-1}; \dots; P_2^{-1};$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 K 存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1}; P_m^{-1}; \dots; P_2^{-1}; P_1^{-1}$$

由乘法的结合 $\mathcal{A}$ $K A = P_1^{-1} P_2^{-1} P_m^{-1}$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 K 存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \dots P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m \dots P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1}; P_m^{-1}; \dots; P_2^{-1}; P_1^{-1}$$

由乘法的结合 $\in K A = P_1^{-1} P_2^{-1} \dots P_m^{-1}$

而可逆矩阵之积仍是可逆矩阵 所以 A 可逆 且

$$A^{-1} = (P_1^{-1} P_2^{-1} \dots P_m^{-1})^{-1}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵 A 经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 K 存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m \quad P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m \quad P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1}; P_{m-1}^{-1}; \dots; P_2^{-1}; P_1^{-1}$$

由乘法的结合 $\in K A = P_1^{-1} P_2^{-1} \quad P_m^{-1}$

而可逆矩阵之积仍是可逆矩阵 所以 A 可逆 且

$$A^{-1} = (P_1^{-1} P_2^{-1} \quad P_m^{-1})^{-1} = P_m \quad P_2 P_1$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

假设矩阵A经过初等行 换化为 单位矩阵 由初等 换与初等矩阵的关系 K 存 3 初等矩阵

$$P_1; P_2; \dots; P_m \text{ 使得 } P_m P_2 P_1 A = I;$$

3 $P_m P_2 P_1 A = I$ 的 $\ddot{u}$ 依次左乘初等矩阵

$$P_m^{-1}; P_{m-1}^{-1}; \dots; P_2^{-1}; P_1^{-1}$$

由乘法的结合 $\mathbb{K} A = P_1^{-1} P_2^{-1} \dots P_m^{-1}$

而可逆矩阵之积仍是可逆矩阵 所以A可逆 且

$$A^{-1} = (P_1^{-1} P_2^{-1} \dots P_m^{-1})^{-1} = P_m P_2 P_1$$

所以 若矩阵A经初等行 换可以化为单位矩阵 K 矩阵A 一定是可逆矩阵 且化矩阵A 为单位矩阵的初等行 换所对应的初等矩阵之积即为矩阵A 的逆矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

如 3 ~ 1.10 中



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

如 3 ~ 1.10 中

$$A^{-1} = P(2(-1); 1)P(3(-1); 2)P(3(\frac{1}{2}))P(2(1); 3)P(1(-1); 3)$$

=



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

如 3 ~ 1.10 中

$$A^{-1} = P(2(-1); 1)P(3(-1); 2)P(3(\frac{1}{2}))P(2(1); 3)P(1(-1); 3)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

=



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

如 3 ~ 1.10 中

$$\begin{aligned}
 A^{-1} &= P(2(-1); 1)P(3(-1); 2)P(3(\frac{1}{2}))P(2(1); 3)P(1(-1); 3) \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

事实上

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

事实上

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

事实上

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} :$$

经初等行 换可以化为单位矩阵的矩阵一定是可逆矩阵 那么可逆矩阵是否一定可以经过初等行 换化为单位矩阵呢

回答是肯定的 即



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

事实上

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



1.4 初等行变换与初等矩阵 逆矩阵的求法

对可逆矩阵 A 实施初等行变换 3 将其化为单位矩阵的同时 若能将初等行变换对应的初等矩阵之积也求出 5 即求出 A^{-1} .



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

对可逆矩阵 A 实施初等行 换 3 将其化为单位矩阵的同时 若能将初等行 换对应的初等矩阵之积也求出 5 即求出 A^{-1} .

求矩阵的逆的方法如下



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

对可逆矩阵 A 实施初等行 换 3 将其化为单位矩阵的同时 若能将初等行 换对应的初等矩阵之积也求出 5 即求出 A^{-1} .

求矩阵的逆的方法如下 设 A 是 $n \times n$ 阶方阵

单位矩阵写 3 A 的右 构 E 一个 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \mid I)$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

对可逆矩阵 A 实施初等行 换 3 将其化为单位矩阵的同时 若能将初等行 换对应的初等矩阵之积也求出 5 即求出 A^{-1} .

求矩阵的逆的方法如下 设 A 是 $n \times n$ 阶方阵

单位矩阵写 3 A 的右 构 E 一个 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \mid I)$

对 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \mid I)$ 进行初等行 换



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

对可逆矩阵 A 实施初等行 换 3 将其化为单位矩阵的同时 若能将初等行 换对应的初等矩阵之积也求出 5 即求出 A^{-1} .

求矩阵的逆的方法如下 设 A 是 $n \times n$ 阶方阵

单位矩阵写 3 A 的右 构 E 一个 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \ I)$

对 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \ I)$ 进行 $\square \square \square$ 其化为单位 $\square \square \square$ $I(A)I$





1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

对可逆矩阵 A 实施初等行 换 3 将其化为单位矩阵的同时 若能将初等行 换对应的初等矩阵之积也求出 5 即求出 A^{-1} .

求矩阵的逆的方法如下 设 A 是 $n \times n$ 阶方阵

单位矩阵写 3 A 的右 构 E 一个 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \ I)$

对 $n \times 2n$ 阶矩阵 $(A \ I)$ 进行初等行 换

若矩阵 A 可逆 K 其左半 分可以化为单位矩阵 其右半 分就是化 A 为单位矩阵的所有初等行 换对应的初等矩阵之积 也就是 A^{-1} .

即 A 可逆 $(A \ I) \xrightarrow{\text{初等行 换}} (I \ A^{-1})$.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.11 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 A 的逆矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.11 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 A 的逆矩阵.

解



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.11 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 A 的逆矩阵.

解 构造 3×6 矩阵

$$(A \ I) =$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.11 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 A 的逆矩阵.

解 构造 3×6 矩阵

$$(A \mid I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) !$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.11 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 A 的逆矩阵.

解 构造 3×6 矩阵

$$(A \mid I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) !$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) !$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.11 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 求 A 的逆矩阵.

解 构造 3×6 矩阵

$$(A \mid I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) !$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) !$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array} \right) !$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array} \right) \quad ! \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \\ 0 & 0 & 1 & & & \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~ 1.8与 ~ 1.11的初等行 换过程是一样的.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.8与~1.11的初等行 换过程是一样的. ~1.8中没能保 3
 下初等 换对应的初等矩阵之积 而~1.11 中却保 3 初等行
 换对应的初等矩阵的乘积 从而求得 A^{-1} .



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.8与~1.11的初等行 换过程是一样的. ~1.8中没能保 3
 下初等 换对应的初等矩阵之积 而~1.11 中却保 3 初等行
 换对应的初等矩阵的乘积 从而求得 A^{-1} .

~1.12 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 求矩

阵 X 使得 $AX = B$.







1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

~1.8与~1.11的初等行 换过程是一样的. ~1.8中没能保 3
 下初等 换对应的初等矩阵之积 而~1.11 中却保 3 初等行
 换对应的初等矩阵的乘积 从



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

为 求 $A^{-1}B$ 构造一个 3×5 阶矩阵 $(A \ B)$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

为 求 $A^{-1}B$ 构造一个 3×5 阶矩阵 $(A \ B)$

$$(A \ B) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

为 求 $A^{-1}B$ 构造一个 3×5 阶矩阵 $(A \ B)$

$$(A \ B) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

对其实施初等行 换 将其化为规范阶梯形矩阵.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

为 求 $A^{-1}B$ 构造一个 3×5 阶矩阵 $(A \ B)$

$$(A \ B) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

对其实施初等行 换 将其化为规范阶梯形矩阵.

矩阵 $(A \ B)$ 中 A 对应的 分若可以化为单位矩阵 K A 是可逆矩阵 且 B 对应的 分即化为矩阵 $X = A^{-1}B$.



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

为 求 $A^{-1}B$ 构造一个 3×5 阶矩阵 $(A \ B)$

$$(A \ B) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

对其实施初等行 换 将其化为规范阶梯形矩阵.

矩阵 $(A \ B)$ 中 A 对应的 分若可以化为单位矩阵 $K A$ 是可逆矩阵 且 B 对应的 分即化为矩阵 $X = A^{-1}B$.

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right) !$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

为 求 $A^{-1}B$ 构造一个 3×5 阶矩阵 $(A \ B)$

$$(A \ B) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

对其实施初等行 换 将其化为规范阶梯形矩阵.

矩阵 $(A \ B)$ 中 A 对应的 分若可以化为单位矩阵 $K A$ 是可逆矩阵 且 B 对应的 分即化为矩阵 $X = A^{-1}B$.

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 35 & 49 & 24 \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \end{array} \right) \quad ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 35 & 49 & 24 \end{array} \right)$$

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 35 & 49 & 24 \end{array} \right)$$

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right)$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 35 & 49 & 24 \end{array} \right)$$

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right)$$

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{5} & \frac{13}{35} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right).$$



1.4 初等 换与初等矩阵 逆矩阵的求法

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & 13 & 0 \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 35 & 49 & 24 \end{array} \right)$$

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right) ! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right)$$

$$! \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & \frac{11}{5} & \frac{13}{35} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right). \text{所以 } X = \left(\begin{array}{cc} \frac{11}{5} & \frac{13}{35} \\ \frac{4}{5} & \frac{6}{5} \\ \frac{7}{5} & \frac{24}{35} \end{array} \right).$$



Thank you!

Author: Ning Qun

Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China

Email: Ning.qun@163.com

