线性代数
1 三章：向量空间
习 题 解 答

宿州学院　数学与统计学院

目录

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

1.解

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

1.解

$$_1 \quad = 3(2\ _1 + \ _2 - 5\ _3) - (\ _1 + 3\ _2 + \ _3) + (-\ _1 + 4\ _2 - \ _3)$$

习题3.4$(P_{118} - P_{119})$

1.解

$$_1 \quad = 3(2\ _1 + \ _2 - 5\ _3) - (\ _1 + 3\ _2 + \ _3) + (-\ _1 + 4\ _2 - \ _3)$$
$$= 4\ _1 + 4\ _2 - 17\ _3;$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

1.解

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= 3(2\ {}_1 + \ {}_2 - 5\ {}_3) - (\ {}_1 + 3\ {}_2 + \ {}_3) + (-\ {}_1 + 4\ {}_2 - \ {}_3) \\
&= 4\ {}_1 + 4\ {}_2 - 17\ {}_3; \\
{}_2 &= (2\ {}_1 + \ {}_2 - 5\ {}_3) + 2(\ {}_1 + 3\ {}_2 + \ {}_3) + 4(-\ {}_1 + 4\ {}_2 - \ {}_3)
\end{aligned}
$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

1.解

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= 3(2\ {}_1 + \ {}_2 - 5\ {}_3) - (\ {}_1 + 3\ {}_2 + \ {}_3) + (-\ {}_1 + 4\ {}_2 - \ {}_3)\\
&= 4\ {}_1 + 4\ {}_2 - 17\ {}_3;\\
{}_2 &= (2\ {}_1 + \ {}_2 - 5\ {}_3) + 2(\ {}_1 + 3\ {}_2 + \ {}_3) + 4(-\ {}_1 + 4\ {}_2 - \ {}_3)\\
&= 0\ {}_1 + 23\ {}_2 - 7\ {}_3.
\end{aligned}
$$

2.解 因

${}_1 + \ {}_2 = 2\ {}_1$，所以 ${}_1 = \frac{1}{2}\ {}_1 + \frac{1}{2}\ {}_2$；

${}_2 + \ {}_3 = 2\ {}_2$，所以 ${}_2 = \frac{1}{2}\ {}_2 + \frac{1}{2}\ {}_3$；

${}_1 + \ {}_3 = 2\ {}_3$，所以 ${}_3 = \frac{1}{2}\ {}_1 + \frac{1}{2}\ {}_3$.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

1.解

$${}_1 = 3(2\,{}_1 + \,{}_2 - 5\,{}_3) - (\,{}_1 + 3\,{}_2 + \,{}_3) + (-\,{}_1 + 4\,{}_2 - \,{}_3)$$
$$= 4\,{}_1 + 4\,{}_2 - 17\,{}_3;$$
$${}_2 = (2\,{}_1 + \,{}_2 - 5\,{}_3) + 2(\,{}_1 + 3\,{}_2 + \,{}_3) + 4(-\,{}_1 + 4\,{}_2 - \,{}_3)$$
$$= 0\,{}_1 + 23\,{}_2 - 7\,{}_3.$$

2.解 因

${}_1 + {}_2 = 2\,{}_1$，所以 ${}_1 = \frac{1}{2}\,{}_1 + \frac{1}{2}\,{}_2$；

${}_2 + {}_3 = 2\,{}_2$，所以 ${}_2 = \frac{1}{2}\,{}_2 + \frac{1}{2}\,{}_3$；

${}_1 + {}_3 = 2\,{}_3$，所以 ${}_3 = \frac{1}{2}\,{}_1 + \frac{1}{2}\,{}_3$.

3.解 题知 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$可以由 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$线性表出，且

${}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4 = 3(\,{}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4);$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

1.解

$${}_1 = 3(2\,{}_1 + \,{}_2 - 5\,{}_3) - (\,{}_1 + 3\,{}_2 + \,{}_3) + (-\,{}_1 + 4\,{}_2 - \,{}_3)$$
$$= 4\,{}_1 + 4\,{}_2 - 17\,{}_3;$$
$${}_2 = (2\,{}_1 + \,{}_2 - 5\,{}_3) + 2(\,{}_1 + 3\,{}_2 + \,{}_3) + 4(-\,{}_1 + 4\,{}_2 - \,{}_3)$$
$$= 0\,{}_1 + 23\,{}_2 - 7\,{}_3.$$

2.解 因

${}_1 + \,{}_2 = 2\,{}_1$，所以 ${}_1 = \frac{1}{2}\,{}_1 + \frac{1}{2}\,{}_2$；

${}_2 + \,{}_3 = 2\,{}_2$，所以 ${}_2 = \frac{1}{2}\,{}_2 + \frac{1}{2}\,{}_3$；

${}_1 + \,{}_3 = 2\,{}_3$，所以 ${}_3 = \frac{1}{2}\,{}_1 + \frac{1}{2}\,{}_3$.

3.解 题知 ${}_1; {}_2; {}_3; {}_4$可以由 ${}_1; {}_2; {}_3; {}_4$线性表出，且

$${}_1 + \,{}_2 + \,{}_3 + \,{}_4 = 3(\,{}_1 + \,{}_2 + \,{}_3 + \,{}_4);$$
$${}_1 + \,{}_2 + \,{}_3 + \,{}_4 = \frac{1}{3}(\,{}_1 + \,{}_2 + \,{}_3 + \,{}_4)\;;$$

进而

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$${}_1 = \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$_1=\frac{1}{3}(\ _1+\ _2+\ _3+\ _4)-\ _1=-\frac{2}{3}\ _1+\frac{1}{3}\ _2+\frac{1}{3}\ _3+\frac{1}{3}\ _4;$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$_1 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _1 = -\frac{2}{3}\ _1 + \frac{1}{3}\ _2 + \frac{1}{3}\ _3 + \frac{1}{3}\ _4;$$

$$_2 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _2$$

习题3.4$(P_{118} - P_{119})$

$$_1 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _1 = -\frac{2}{3}\ _1 + \frac{1}{3}\ _2 + \frac{1}{3}\ _3 + \frac{1}{3}\ _4;$$

$$_2 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _2 = \frac{1}{3}\ _1 - \frac{2}{3}\ _2 + \frac{1}{3}\ _3 + \frac{1}{3}\ _4;$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$ {}_1 = \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1 = -\frac{2}{3}\ {}_1 + \frac{1}{3}\ {}_2 + \frac{1}{3}\ {}_3 + \frac{1}{3}\ {}_4; $$

$$ {}_2 = \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_2 = \frac{1}{3}\ {}_1 - \frac{2}{3}\ {}_2 + \frac{1}{3}\ {}_3 + \frac{1}{3}\ {}_4; $$

$$ {}_3 = \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_3 $$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1 = -\frac{2}{3}\,{}_1 + \frac{1}{3}\,{}_2 + \frac{1}{3}\,{}_3 + \frac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_2 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_2 = \frac{1}{3}\,{}_1 - \frac{2}{3}\,{}_2 + \frac{1}{3}\,{}_3 + \frac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_3 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_3 = \frac{1}{3}\,{}_1 + \frac{1}{3}\,{}_2 - \frac{2}{3}\,{}_3 + \frac{1}{3}\,{}_4;
\end{aligned}
$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1 = -\frac{2}{3}\,{}_1 + \frac{1}{3}\,{}_2 + \frac{1}{3}\,{}_3 + \frac{1}{3}\,{}_4; \\
{}_2 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_2 = \frac{1}{3}\,{}_1 - \frac{2}{3}\,{}_2 + \frac{1}{3}\,{}_3 + \frac{1}{3}\,{}_4; \\
{}_3 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_3 = \frac{1}{3}\,{}_1 + \frac{1}{3}\,{}_2 - \frac{2}{3}\,{}_3 + \frac{1}{3}\,{}_4; \\
{}_4 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_4
\end{aligned}
$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1 = -\frac{2}{3}{}_1 + \frac{1}{3}{}_2 + \frac{1}{3}{}_3 + \frac{1}{3}{}_4;\\
{}_2 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_2 = \frac{1}{3}{}_1 - \frac{2}{3}{}_2 + \frac{1}{3}{}_3 + \frac{1}{3}{}_4;\\
{}_3 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_3 = \frac{1}{3}{}_1 + \frac{1}{3}{}_2 - \frac{2}{3}{}_3 + \frac{1}{3}{}_4;\\
{}_4 &= \frac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_4 = \frac{1}{3}{}_1 + \frac{1}{3}{}_2 + \frac{1}{3}{}_3 - \frac{2}{3}{}_4.
\end{aligned}
$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1 = -\tfrac{2}{3}\,{}_1 + \tfrac{1}{3}\,{}_2 + \tfrac{1}{3}\,{}_3 + \tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_2 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_2 = \tfrac{1}{3}\,{}_1 - \tfrac{2}{3}\,{}_2 + \tfrac{1}{3}\,{}_3 + \tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_3 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_3 = \tfrac{1}{3}\,{}_1 + \tfrac{1}{3}\,{}_2 - \tfrac{2}{3}\,{}_3 + \tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_4 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_4 = \tfrac{1}{3}\,{}_1 + \tfrac{1}{3}\,{}_2 + \tfrac{1}{3}\,{}_3 - \tfrac{2}{3}\,{}_4.
\end{aligned}
$$

即 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$可以由线性表出 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$，所以它们价.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$_1 = \frac{1}{3}(_1 + _2 + _3 + _4) - _1 = -\frac{2}{3} _1 + \frac{1}{3} _2 + \frac{1}{3} _3 + \frac{1}{3} _4;$$
$$_2 = \frac{1}{3}(_1 + _2 + _3 + _4) - _2 = \frac{1}{3} _1 - \frac{2}{3} _2 + \frac{1}{3} _3 + \frac{1}{3} _4;$$
$$_3 = \frac{1}{3}(_1 + _2 + _3 + _4) - _3 = \frac{1}{3} _1 + \frac{1}{3} _2 - \frac{2}{3} _3 + \frac{1}{3} _4;$$
$$_4 = \frac{1}{3}(_1 + _2 + _3 + _4) - _4 = \frac{1}{3} _1 + \frac{1}{3} _2 + \frac{1}{3} _3 - \frac{2}{3} _4.$$

即 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$可以由线性表出 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$，所以它们 价.

4.解 先考虑向量组 $_1 - _2;\ _2 - _3;\ _3 - _1$ 线性相 性.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= \tfrac{1}{3}({}_1+{}_2+{}_3+{}_4)-{}_1=-\tfrac{2}{3}\,{}_1+\tfrac{1}{3}\,{}_2+\tfrac{1}{3}\,{}_3+\tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_2 &= \tfrac{1}{3}({}_1+{}_2+{}_3+{}_4)-{}_2=\tfrac{1}{3}\,{}_1-\tfrac{2}{3}\,{}_2+\tfrac{1}{3}\,{}_3+\tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_3 &= \tfrac{1}{3}({}_1+{}_2+{}_3+{}_4)-{}_3=\tfrac{1}{3}\,{}_1+\tfrac{1}{3}\,{}_2-\tfrac{2}{3}\,{}_3+\tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_4 &= \tfrac{1}{3}({}_1+{}_2+{}_3+{}_4)-{}_4=\tfrac{1}{3}\,{}_1+\tfrac{1}{3}\,{}_2+\tfrac{1}{3}\,{}_3-\tfrac{2}{3}\,{}_4.
\end{aligned}
$$

即 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$可以由线性表出 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$，所以它们 价.

4.解 先考虑向量组 ${}_1-{}_2;\ {}_2-{}_3;\ {}_3-{}_1$ 线性相 性.

因 $({}_1-{}_2)+({}_2-{}_3)+({}_3-{}_1)=0$,

所以 ${}_1-{}_2;\ {}_2-{}_3;\ {}_3-{}_1$ 线性相 .

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$_1 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _1 = -\frac{2}{3}\ _1 + \frac{1}{3}\ _2 + \frac{1}{3}\ _3 + \frac{1}{3}\ _4;$$
$$_2 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _2 = \frac{1}{3}\ _1 - \frac{2}{3}\ _2 + \frac{1}{3}\ _3 + \frac{1}{3}\ _4;$$
$$_3 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _3 = \frac{1}{3}\ _1 + \frac{1}{3}\ _2 - \frac{2}{3}\ _3 + \frac{1}{3}\ _4;$$
$$_4 = \frac{1}{3}(\ _1 + \ _2 + \ _3 + \ _4) - \ _4 = \frac{1}{3}\ _1 + \frac{1}{3}\ _2 + \frac{1}{3}\ _3 - \frac{2}{3}\ _4.$$

即 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$可以由线性表出 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$，所以它们价.

4.解 先考虑向量组 $_1 - \ _2;\ _2 - \ _3;\ _3 - \ _1$ 线性相 性.

因 $(\ _1 - \ _2) + (\ _2 - \ _3) + (\ _3 - \ _1) = 0$,

所以 $_1 - \ _2;\ _2 - \ _3;\ _3 - \ _1$ 线性相 .

再讨论 $_1 - \ _2;\ _2 - \ _3$ 线性相 性,

考虑组 $x_1(\ _1 - \ _2) + x_2(\ _2 - \ _3) = 0$,

即$x_1\ _1 + (-x_1 + x_2)\ _2 + (-x_2)\ _3 = 0$,

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$
\begin{aligned}
{}_1 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_1 = -\tfrac{2}{3}\,{}_1 + \tfrac{1}{3}\,{}_2 + \tfrac{1}{3}\,{}_3 + \tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_2 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_2 = \tfrac{1}{3}\,{}_1 - \tfrac{2}{3}\,{}_2 + \tfrac{1}{3}\,{}_3 + \tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_3 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_3 = \tfrac{1}{3}\,{}_1 + \tfrac{1}{3}\,{}_2 - \tfrac{2}{3}\,{}_3 + \tfrac{1}{3}\,{}_4;\\
{}_4 &= \tfrac{1}{3}({}_1 + {}_2 + {}_3 + {}_4) - {}_4 = \tfrac{1}{3}\,{}_1 + \tfrac{1}{3}\,{}_2 + \tfrac{1}{3}\,{}_3 - \tfrac{2}{3}\,{}_4.
\end{aligned}
$$

即 ${}_1$, ${}_2$, ${}_3$, ${}_4$可以由线性表出 ${}_1$, ${}_2$, ${}_3$, ${}_4$，所以它们价.

□

4.解 先考□考□考ⓒ它它它□□□□□□□□□□□□□□□□□□

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad {}_1 - \quad {}_2; \quad {}_2 - \quad {}_3\text{线性}$$

,

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \ {}_1 - \ {}_2; \ {}_2 - \ {}_3$$线性

，所以 ${}_1 - \ {}_2; \ {}_2 - \ {}_3$ 其极大相性　组.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad _1 - \quad _2; \quad _2 - \quad _3\text{线性}$$

，所以 $_1 - \quad _2; \quad _2 - \quad _3$ 其极大相性 组.

5.解

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad {}_1 - \quad {}_2; \quad {}_2 - \quad {}_3 \text{线性}$$

，所以 $_1-\quad _2;\quad _2-\quad _3$ 其极大相性　　组.

5.解 先考虑向量组 $_1;2\quad _2;3\quad _3$ 线性相　性.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad {}_1 - \quad {}_2; \quad {}_2 - \quad {}_3 \text{线性}$$

，所以 $_1 - \quad _2; \quad _2 - \quad _3$ 其极大相性　　组.

5.解 先考虑向量组 $_1; 2 \quad _2; 3 \quad _3$ 线性相　性.考虑组

$x_1 \quad _1 + x_2(2 \quad _2) + x_3(3 \quad _3) = 0$,

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \ {}_1 - \ {}_2;\ \ {}_2 - \ {}_3\text{线性}$$

，所以 $_1 -\ _2;\ _2 -\ _3$ 其极大相性 组.

5.解 先考虑向量组 $_1; 2\ _2; 3\ _3$ 线性相 性.考虑组

$x_1\ _1 + x_2(2\ _2) + x_3(3\ _3) = 0$,

由于 $_1;\ _2;\ _3$线性相 ，所以存在不全 零 数$k_1;k_2;k_3$,

使 $k_1\ _1 + k_2\ _2 + k_3\ _3 = 0$成立.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad {}_1 - \quad {}_2; \quad {}_2 - \quad {}_3\text{线性}$$

，所以 $_1 -\quad _2;\quad _2 -\quad _3$ 其极大相性　　组.

5.解 先考虑向量组 $_1; 2\quad _2; 3\quad _3$ 线性相　性.考虑组

$x_1 \quad _1 + x_2(2\quad _2) + x_3(3\quad _3) = 0$，

由于 $_1;\quad _2;\quad _3$线性相　，所以存在不全　零　数$k_1; k_2; k_3$，

使　$k_1\quad _1 + k_2\quad _2 + k_3\quad _3 = 0$成立.

取$x_1 = k_1; x_2 = \frac{1}{2}k_2; x_3 = \frac{1}{3}k_3$，则$x_1; x_2; x_3$不全　零，

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \ {}_1 - \ {}_2; \ {}_2 - \ {}_3\text{线性}$$

，所以 $_1 - \ _2; \ _2 - \ _3$ 其极大相性 组.

5.解 先考虑向量组 $_1; 2 \ _2; 3 \ _3$ 线性相 性.考虑组

$x_1 \ _1 + x_2(2 \ _2) + x_3(3 \ _3) = 0$,

由于 $_1; \ _2; \ _3$线性相 ，所以存在不全 零 数$k_1; k_2; k_3$,

使 $k_1 \ _1 + k_2 \ _2 + k_3 \ _3 = 0$成立.

取$x_1 = k_1; x_2 = \frac{1}{2}k_2; x_3 = \frac{1}{3}k_3$，则$x_1; x_2; x_3$不全 零，且

$x_1 \ _1 + x_2(2 \ _2) + x_3(3 \ _3) =$

$k_1 \ _1 + (\frac{1}{2}k_2)(2 \ _2) + (\frac{1}{3}k_3)(3 \ _3) = k_1 \ _1 + k_2 \ _2 + k_3 \ _3 = 0.$

所以 $_1; 2 \ _2; 3 \ _3$线性相 .

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

再考虑 $_1;2\ \ _2$ 线性相 性.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

再考虑 $\ _1; 2\ \ _2$ 线性相 性.考虑

$$x_1\ \ _1 + x_2(2\ \ _2) = x_1\ \ _1 + (2x_2)\ \ _2 = 0,$$

由于 $\ _1;\ \ _2$ 线性 ，所以

$$x_1\ \ _1 + (2x_2)\ \ _2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x_2 = 0 \end{cases}$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$_2$ 线性相 性.考虑

$= x_1 \ _1 + (2x_2) \ _2 = 0,$

由 线性

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$_2$ 线性相 性.考虑

$= x_1 \;_1 + (2x_2) \;_2 = 0$,

由 线性

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$_2$ 线性相 性.考虑

$= x_1 \ _1 + (2x_2) \ _2 = 0,$

由 线性

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

再考虑 $_1;2\ _2$ 线性相 性.考虑

$$x_1\ _1 + x_2(2\ _2) = x_1\ _1 + (2x_2)\ _2 = 0,$$

由于 $_1;\ _2$ 线性 ，所以

$$x_1\ _1 + (2x_2)\ _2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases},$$

所以 $_1;2\ _2$ 线性 .

$_1;2\ _2$是 $_1;2\ _2;3\ _3$ 极大线性 组.

6.解

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

再考虑 $_1; 2\ _2$ 线性相 性.考虑

$x_1\ _1 + x_2(2\ _2) = x_1\ _1 + (2x_2)\ _2 = 0,$

由于 $_1;\ _2$ 线性 ，所以

$$x_1\ _1 + (2x_2)\ _2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases},$$

所以 $_1; 2\ _2$ 线性 .

$_1; 2\ _2$是 $_1; 2\ _2; 3\ _3$ 极大线性 组.

6.解 因 ; ; 线性 ，所以它 部分组 ; 也线性 .

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

再考虑 $_1;2\ _2$ 线性相 性.考虑

$$x_1\ _1 + x_2(2\ _2) = x_1\ _1 + (2x_2)\ _2 = 0,$$

由于 $_1;\ _2$ 线性 ，所以

$$x_1\ _1 + (2x_2)\ _2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases},$$

所以 $_1;2\ _2$ 线性 .

$_1;2\ _2$是 $_1;2\ _2;3\ _3$ 极大线性 组.

6.解 因 ; ; 线性 ，所以它 部分组 ; 也线性 .

而已知 ; ; 线性相 ，所以 ; 是向量组 ; ; 极大线性 组.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

7.证明

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

7.证明 设 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$是一个极大线性 组，$_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$是一个极大线性 组.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

7.证明 设 $_{i_1}, \; _{i_2}, \cdots, \; _{i_m}$是向量组 $_1, \; _2, \cdots, \; _s$是一个极大线性　　组，$_{j_1}, \; _{j_2}, \cdots, \; _{j_n}$是向量组 $_1, \; _2, \cdots, \; _t$是一个极大线性　　组.

由于极大线性　　组与向量组自身　价，

所以 $_{i_1}, \; _{i_2}, \cdots, \; _{i_m}$可以由 $_1, \; _2, \cdots, \; _s$线性表出；

$_1, \; _2, \cdots, \; _t$可以由 $_{j_1}, \; _{j_2}, \cdots, \; _{j_n}$线性表出.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

7.证明 设 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$是一个极大线性 组，$_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$是一个极大线性 组.

由于极大线性 组与向量组自身 价，

所以 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$线性表出；

$_1;\ _2;\cdots;\ _t$可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$线性表出.

而已知 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$线性表出，再由向量组线性表出 传 4 性，

则有 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$线性表出.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

7.证明 设 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$是一个极大线性 组，$_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$是一个极大线性 组.

由于极大线性 组与向量组自身 价，

所以 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$线性表出；

$_1;\ _2;\cdots;\ _t$可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$线性表出.

而已知 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$线性表出，再由向量组线性表出 传 4 性，

则有 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$线性表出.

又因 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$线性 ，所以$m \le n$.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

7.证明 设 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_m}$是向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$是一个极大线性　　组，$_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_n}$是向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _t$是一个极大线性　　组.

由于极大线性　　组与向量组自身　价，

所以 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_m}$可以由 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$线性表出；

$_1; \ _2; \cdots; \ _t$可以由 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_n}$线性表出.

而已知 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$可以由 $_1; \ _2; \cdots; \ _t$线性表出，再由向量组线性表出　传 4 性，

则有 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_m}$可以由 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_n}$线性表出.

又因　$_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_m}$线性　　，所以$m \le n$.

而m　向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$　秩，

n　向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _t$　秩，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

7.证明 设 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$是一个极大线性 组，$_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$是一个极大线性 组.

由于极大线性 组与向量组自身 价，

所以 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$线性表出；

$_1;\ _2;\cdots;\ _t$可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$线性表出.

而已知 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$线性表出，再由向量组线性表出 传4性，

则有 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_n}$线性表出.

又因 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_m}$线性 ，所以$m \le n$.

而m 向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 秩，

n 向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _t$ 秩，

所以 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 秩$\le$ $_1;\ _2;\cdots;\ _t$ 秩.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

8.证明

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

8.证明 设 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_{r_1}}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$是一个极大线性 组, $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_{r_2}}$是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$是一个极大线性 组.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

8.证明 设 ${}_{i_1},\ {}_{i_2},\cdots,\ {}_{i_{r_1}}$是向量组 ${}_1,\ {}_2,\cdots,\ {}_s$是一个极大线性　组，${}_{j_1},\ {}_{j_2},\cdots,\ {}_{j_{r_2}}$是向量组 ${}_1,\ {}_2,\cdots,\ {}_s$是一个极大线性　组. 由于极大线性　组与向量组自身　价，所以 ${}_1,\ {}_2,\cdots,\ {}_s$可以由 ${}_{i_1},\ {}_{i_2},\cdots,\ {}_{i_{r_1}}$线性表出； ${}_1,\ {}_2,\cdots,\ {}_s$可以由线性表出 ${}_{j_1},\ {}_{j_2},\cdots,\ {}_{j_{r_2}}$.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

8.证明 设 $_{i_1}, \ _{i_2}, \cdots, \ _{i_{r_1}}$是向量组 $_1, \ _2, \cdots, \ _s$是一个极大线性　　组，$_{j_1}, \ _{j_2}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$是向量组 $_1, \ _2, \cdots, \ _s$是一个极大线性　　组. 由于极大线性　　组与向量组自身　价，所以 $_1, \ _2, \cdots, \ _s$可以由 $_{i_1}, \ _{i_2}, \cdots, \ _{i_{r_1}}$线性表出； $_1, \ _2, \cdots, \ _s$可以由线性表出 $_{j_1}, \ _{j_2}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$.

从而向量组

$_1, \cdots, \ _s, \ _1, \cdots, \ _s$可以由 $_{i_1}, \cdots, \ _{i_{r_1}}, \ _{j_1}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$线性表出.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

8.证明 设 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_{r_1}}$ 是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 是一个极大线性　　组，$_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_{r_2}}$ 是向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 是一个极大线性　　组. 由于极大线性　　组与向量组自身　价，所以 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 可以由 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_{r_1}}$ 线性表出；$_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 可以由线性表出 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_{r_2}}$.

从而向量组

$_1;\cdots;\ _s;\ _1;\cdots;\ _s$ 可以由 $_{i_1};\cdots;\ _{i_{r_1}};\ _{j_1};\cdots;\ _{j_{r_2}}$ 线性表出. 又因 $_1+\ _1;\ _2+\ _2;\cdots;\ _s+\ _s$ 可以由 $_1;\cdots;\ _s;\ _1;\cdots;\ _s$ 线性表出，利用线性表出　传 4 性，$_1+\ _1;\ _2+\ _2;\cdots;\ _s+\ _s$ 可以由 $_{i_1};\cdots;\ _{i_{r_1}};\ _{j_1};\cdots;\ _{j_{r_2}}$ 线性表出.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

8.证明 设 $_{i_1},\ _{i_2},\cdots,\ _{i_{r_1}}$是向量组 $_1,\ _2,\cdots,\ _s$是一个极大线性 组，$_{j_1},\ _{j_2},\cdots,\ _{j_{r_2}}$是向量组 $_1,\ _2,\cdots,\ _s$是一个极大线性 组. 由于极大线性 组与向量组自身 价，所以 $_1,\ _2,\cdots,\ _s$可以由 $_{i_1},\ _{i_2},\cdots,\ _{i_{r_1}}$线性表出； $_1,\ _2,\cdots,\ _s$可以由线性表出 $_{j_1},\ _{j_2},\cdots,\ _{j_{r_2}}$.

从而向量组

$_1,\cdots,\ _s,\ _1,\cdots,\ _s$可以由 $_{i_1},\cdots,\ _{i_{r_1}},\ _{j_1},\cdots,\ _{j_{r_2}}$线性表出. 又因 $_1+\ _1,\ _2+\ _2,\cdots,\ _s+\ _s$可以由 $_1,\cdots,\ _s,\ _1,\cdots,\ _s$线性表出，利用线性表出 传 4 性，$_1+\ _1,\ _2+\ _2,\cdots,\ _s+\ _s$可以由 $_{i_1},\cdots,\ _{i_{r_1}},\ _{j_1},\cdots,\ _{j_{r_2}}$线性表出. 而 $_{i_1},\cdots,\ _{i_{r_1}},\ _{j_1},\cdots,\ _{j_{r_2}}$ 秩不超 其向量个数 r_1+r_2,

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

8.证明 设 ${}_{i_1};\ {}_{i_2};\cdots;\ {}_{i_{r_1}}$ 是向量组 ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$ 是一个极大线性 组，${}_{j_1};\ {}_{j_2};\cdots;\ {}_{j_{r_2}}$ 是向量组 ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$ 是一个极大线性 组. 由于极大线性 组与向量组自身 价，所以 ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$ 可以由 ${}_{i_1};\ {}_{i_2};\cdots;\ {}_{i_{r_1}}$ 线性表出； ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$ 可以由线性表出 ${}_{j_1};\ {}_{j_2};\cdots;\ {}_{j_{r_2}}$.

从而向量组

${}_1;\cdots;\ {}_s;\ {}_1;\cdots;\ {}_s$ 可以由 ${}_{i_1};\cdots;\ {}_{i_{r_1}};\ {}_{j_1};\cdots;\ {}_{j_{r_2}}$ 线性表出. 又因 ${}_1+{}_1;\ {}_2+{}_2;\cdots;\ {}_s+{}_s$ 可以由 ${}_1;\cdots;\ {}_s;\ {}_1;\cdots;\ {}_s$ 线性表出，利用线性表出 传 4 性，${}_1+{}_1;\ {}_2+{}_2;\cdots;\ {}_s+{}_s$ 可以由 ${}_{i_1};\cdots;\ {}_{i_{r_1}};\ {}_{j_1};\cdots;\ {}_{j_{r_2}}$ 线性表出. 而 ${}_{i_1};\cdots;\ {}_{i_{r_1}};\ {}_{j_1};\cdots;\ {}_{j_{r_2}}$ 秩不超 其向量个数 r_1+r_2，再由Ex_7 结论，${}_1+{}_1;\ {}_2+{}_2;\cdots;\ {}_s+{}_s$ 秩$\le$ ${}_{i_1};\cdots;\ {}_{i_{r_1}};\ {}_{j_1};\cdots;\ {}_{j_{r_2}}$ 秩，

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

8.证明 设 $_{i_1}, \ _{i_2}, \cdots, \ _{i_{r_1}}$是向量组 $_1, \ _2, \cdots, \ _s$是一个极大线性　　组，$_{j_1}, \ _{j_2}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$是向量组 $_1, \ _2, \cdots, \ _s$是一个极大线性　　组. 由于极大线性　　组与向量组自身　价，所以 $_1, \ _2, \cdots, \ _s$可以由 $_{i_1}, \ _{i_2}, \cdots, \ _{i_{r_1}}$线性表出； $_1, \ _2, \cdots, \ _s$可以由线性表出 $_{j_1}, \ _{j_2}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$.

从而向量组

$_1, \cdots, \ _s, \ _1, \cdots, \ _s$可以由 $_{i_1}, \cdots, \ _{i_{r_1}}, \ _{j_1}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$线性表出. 又因 $_1 + \ _1, \ _2 + \ _2, \cdots, \ _s + \ _s$可以由 $_1, \cdots, \ _s, \ _1, \cdots, \ _s$线性表出，利用线性表出　传 4 性，$_1 + \ _1, \ _2 + \ _2, \cdots, \ _s + \ _s$可以由 $_{i_1}, \cdots, \ _{i_{r_1}}, \ _{j_1}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$线性表出. 而 $_{i_1}, \cdots, \ _{i_{r_1}}, \ _{j_1}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$　秩不超　其向量个数 $r_1 + r_2$，再由Ex_7　结论，$_1 + \ _1, \ _2 + \ _2, \cdots, \ _s + \ _s$　秩$\leq$ $_{i_1}, \cdots, \ _{i_{r_1}}, \ _{j_1}, \cdots, \ _{j_{r_2}}$　秩，即$r_3 \leq r_1 + r_2$.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

9.证明

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出，取n范单 向量组$"_1;"_2;\cdots;"_n$，则$"_1;"_2;\cdots;"_n$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出；

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1; \ _2; \ldots ; \ _n$线性表出，取n 范单 向量组$"_1; "_2; \ldots ; "_n$，则$"_1; "_2; \ldots ; "_n$可以由 $_1; \ _2; \ldots ; \ _n$线性表出；而任意一个n 向量 Ñ 可以由$"_1; "_2; \ldots ; "_n$线性表出，所以 $_1; \ _2; \ldots ; \ _n$与$"_1; "_2; \ldots ; "_n$ 价，

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性表出，取n
范单 向量组$"_1;"_2;:::;"_n$，则$"_1;"_2;:::;"_n$可以
由 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性表出；而任意一个n 向量 Ñ 可以
由$"_1;"_2;:::;"_n$线性表出，所以 $_1;\ _2;:::;\ _n$与$"_1;"_2;:::;"_n$
价， 价向量组有相同 秩，而 $"_1;"_2;:::;"_n$ 秩 n，
所以 $_1;\ _2;:::;\ _n$ 秩 n， $_1;\ _2;:::;\ _n$线性 .

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出，取n 范单 向量组"$_1;$"$_2;\cdots;$"$_n$，则"$_1;$"$_2;\cdots;$"$_n$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出；而任意一个n 向量 Ñ 可以由"$_1;$"$_2;\cdots;$"$_n$线性表出，所以 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$与"$_1;$"$_2;\cdots;$"$_n$ 价， 价向量组有相同 秩，而"$_1;$"$_2;\cdots;$"$_n$ 秩 n，所以 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$ 秩 n， $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性 .

必要性.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2; \cdots;\ _n$线性表出，取n

范单 向量组$"_1; "_2; \cdots; "_n$，则$"_1; "_2; \cdots; "_n$可以

由 $_1;\ _2; \cdots;\ _n$线性表出；而任意一个n 向量 Ñ 可以

由$"_1; "_2; \cdots; "_n$线性表出，所以 $_1;\ _2; \cdots;\ _n$与$"_1; "_2; \cdots; "_n$

价， 价向量组有相同 秩，而 $"_1; "_2; \cdots; "_n$ 秩 n，

所以 $_1;\ _2; \cdots;\ _n$ 秩 n， $_1;\ _2; \cdots;\ _n$线性 .

必要性.假设 $_1;\ _2; \cdots;\ _n$线性 ，任取一个n 向量 ，

则$n+1$个n 向量 $_1;\ _2; \cdots;\ _n;$ 线性相 .

习题3.4(P_{118} − P_{119})

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出，取n 范单 向量组$"_1;"_2;\cdots;"_n$，则$"_1;"_2;\cdots;"_n$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出；而任意一个n 向量 Ñ 可以由$"_1;"_2;\cdots;"_n$线性表出，所以 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$与$"_1;"_2;\cdots;"_n$ 价，价向量组有相同 秩，而 $"_1;"_2;\cdots;"_n$ 秩 n，

所以 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$ 秩 n， $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性 .

必要性.假设 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性 ，任取一个n 向量 ，则$n+1$个n 向量 $_1;\ _2;\cdots;\ _n;$ 线性相 .而 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性 ，所以 可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _n$线性表出.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

9.证明 先证明充分性.

假设任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性表出，取n 范单 向量组"$_1;$"$_2;:::;$"$_n$，则"$_1;$"$_2;:::;$"$_n$可以由 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性表出；而任意一个n 向量 Ñ 可以由"$_1;$"$_2;:::;$"$_n$线性表出，所以 $_1;\ _2;:::;\ _n$与"$_1;$"$_2;:::;$"$_n$ 价， 价向量组有相同 秩，而 "$_1;$"$_2;:::;$"$_n$ 秩 n，

所以 $_1;\ _2;:::;\ _n$ 秩 n， $_1;\ _2;:::;\ _n$线性 .

必要性.假设 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性 ，任取一个n 向量 ，则$n+1$个n 向量 $_1;\ _2;:::;\ _n;$ 线性相 .而 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性 ，所以 可以由 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性表出.

即，任一n 向量 Ñ 可以由 $_1;\ _2;:::;\ _n$线性表出.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

10.证明

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$可以由其r个向量号成 部分组 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$ 线性表出.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$可以由其r个向量号成 部分组 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$ 线性表出.

要证明 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$是其极大线性 组，只要证明 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$线性 .

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$可以由其$r$个向量号成 部分组 ${}_{i_1};\ {}_{i_2};\cdots;\ {}_{i_r}$ 线性表出.

要证明 ${}_{i_1};\ {}_{i_2};\cdots;\ {}_{i_r}$是其极大线性 组，只要证明 ${}_{i_1};\ {}_{i_2};\cdots;\ {}_{i_r}$线性 .

由于 ${}_1;\ {}_2;\cdots;\ {}_s$ 秩 r，所以其存在 r向量 极大线性组，设 ${}_{j_1};\ {}_{j_2};\cdots;\ {}_{j_r}$.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 ${}_1, {}_2, \cdots, {}_s$可以由其r个向量号成 部分组 ${}_{i_1}, {}_{i_2}, \cdots, {}_{i_r}$ 线性表出.

要证明 ${}_{i_1}, {}_{i_2}, \cdots, {}_{i_r}$是其极大线性 组，只要证明 ${}_{i_1}, {}_{i_2}, \cdots, {}_{i_r}$线性 .

由于 ${}_1, {}_2, \cdots, {}_s$ 秩 r，所以其存在 r向量 极大线性组，设 ${}_{j_1}, {}_{j_2}, \cdots, {}_{j_r}$.

则 ${}_{j_1}, {}_{j_2}, \cdots, {}_{j_r}$可以由 ${}_1, {}_2, \cdots, {}_s$线性表出，从而可以由 ${}_{i_1}, {}_{i_2}, \cdots, {}_{i_r}$ 线性表出.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$可以由其r个向量号成 部分组 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$ 线性表出.

要证明 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$是其极大线性 组，只要证明 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$线性 .

由于 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$ 秩 r，所以其存在 r向量 极大线性组，设 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$.

则 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$可以由 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$线性表出，从而可以由 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$ 线性表出. 且 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$中 每一个向量Ñ 可以由 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$线性表出，

所以 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$与 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$ 价，

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$可以由其r个向量号成 部分组 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$ 线性表出.

要证明 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$是其极大线性 组，只要证明 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$线性 .

由于 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$ 秩 r，所以其存在 r向量 极大线性组，设 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$.

则 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$可以由 $_1; \ _2; \cdots; \ _s$线性表出，从而可以由 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$ 线性表出. 且 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$中 每一个向量 Ñ 可以由 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$线性表出，

所以 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$与 $_{j_1}; \ _{j_2}; \cdots; \ _{j_r}$ 价， 价向量组有相同 秩，所以 $_{i_1}; \ _{i_2}; \cdots; \ _{i_r}$ 秩 r，

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

10.证明 设秩 r 向量组 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$可以由其r个向量号成 部分组 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$ 线性表出.

要证明 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$是其极大线性 组，只要证明 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$线性 .

由于 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$ 秩 r，所以其存在 r向量 极大线性组，设 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_r}$.

则 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_r}$可以由 $_1;\ _2;\cdots;\ _s$线性表出，从而可以由 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$ 线性表出. 且 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$中 每一个向量 Ñ 可以由 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_r}$线性表出，

所以 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$与 $_{j_1};\ _{j_2};\cdots;\ _{j_r}$ 价， 价向量组有相同 秩，所以 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$ 秩 r，所以 $_{i_1};\ _{i_2};\cdots;\ _{i_r}$线性 .

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

11.证明

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I')是向量组(I) 极大线性 组，(II')是向量组(II) 极大线性 组.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.所以由(I′) 号成 向量组线性相 .

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.所以由(I′) 号成向量组线性相 .

而(I′)线性 ，所以 可以由(I′)线性表出，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.所以由(I′) 号成向量组线性相 .

而(I′)线性 ，所以 可以由(I′)线性表出，注意在(II′)中 任意性，则(II′)可以由(I′)线性表出.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.所以由(I′) 号成向量组线性相 .

而(I′)线性 ，所以 可以由(I′)线性表出，注意在(II′)中 任意性，则(II′)可以由(I′)线性表出.

所以(I′)与(II′) 价.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.所以由(I′) 号成向量组线性相 .

而(I′)线性 ，所以 可以由(I′)线性表出，注意在(II′)中 任意性，则(II′)可以由(I′)线性表出.

所以(I′)与(II′) 价.

利用 价 传 4 性，(I) 价于(I′)，(I′) 价于(II′)，(II′) 价于(II)，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

11.证明 设(I′)是向量组(I) 极大线性 组，(II′)是向量组(II) 极大线性 组.由于向量组(I)与(II)有相同 秩，且(I)可以由(II)表出，所以向量组(I′)可以由向量组(II′)线性表出且它们有相同 向量个数，并设个数 t.

任取(II′) 一个向量 ，由于(I′)可以由(II′)线性表出且 是(II′)中 向量，所以由(I′) 号成 $t+1$个向量 向量组可以由 t个向量 向量组(II′)线性表出.所以由(I′) 号成向量组线性相 .

而(I′)线性 ，所以 可以由(I′)线性表出，注意在(II′)中 任意性，则(II′)可以由(I′)线性表出.

所以(I′)与(II′) 价.

利用 价 传 4 性，(I) 价于(I′)，(I′) 价于(II′)，(II′) 价于(II)，所以(I) 价于(II).

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

12.证明

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

12.证明 因 rank(I)=rank(II)=3，所以 $_1$; $_2$; $_3$线性 ，且 $_1$; $_2$; $_3$; $_4$线性相 .

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

12.证明 因 rank(I)=rank(II)=3，所以 $_1;\ _2;\ _3$线性 ，且 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$线性相 . 所以 $_4$可以由 $_1;\ _2;\ _3$线性表出，即存在系数$k_1; k_2; k_3$，使 $_4 = k_1\ _1 + k_2\ _2 + k_3\ _3$.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

12.证明 因 rank(I)=rank(II)=3，所以 $_1;\ _2;\ _3$线性 ，且 $_1;\ _2;\ _3;\ _4$线性相 . 所以 $_4$可以由 $_1;\ _2;\ _3$线性表出，即存在系数$k_1;k_2;k_3$，使 $_4 = k_1\ _1 + k_2\ _2 + k_3\ _3$.

要证 $_1;\ _2;\ _3;\ _5 -\ _4$ 秩 4，只要证明 $_1;\ _2;\ _3;\ _5 -\ _4$线性 .

考虑组 $x_1\ _1 + x_2\ _2 + x_3\ _3 + x_4(\ _5 -\ _4) = 0$，

即$(x_1 - k_1x_4)\ _1 + (x_2 - k_2x_4)\ _2 + (x_3 - k_3x_4)\ _3 + x_4\ _5 = 0$.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

12.证明 因 rank(I)=rank(II)=3，所以 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性 ，

且 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_4$线性相 . 所以 ${}_4$可以由 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3$线性表出，即

存在系数$k_1;k_2;k_3$，使 ${}_4 = k_1\ {}_1 + k_2\ {}_2 + k_3\ {}_3$.

要证 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_5 - {}_4$ 秩 4，只要证明

${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_5 - {}_4$线性 .

考虑组 $x_1\ {}_1 + x_2\ {}_2 + x_3\ {}_3 + x_4({}_5 - {}_4) = 0$,

即$(x_1 - k_1x_4)\ {}_1 + (x_2 - k_2x_4)\ {}_2 + (x_3 - k_3x_4)\ {}_3 + x_4\ {}_5 = 0$.

由于(III) 秩 4，所以 ${}_1;\ {}_2;\ {}_3;\ {}_5$线性 ，

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

12.证明 因 rank(I)=rank(II)=3，所以 $_1; \ _2; \ _3$线性 ，且 $_1; \ _2; \ _3; \ _4$线性相 . 所以 $_4$可以由 $_1; \ _2; \ _3$线性表出，即存在系数$k_1; k_2; k_3$，使 $_4 = k_1 \ _1 + k_2 \ _2 + k_3 \ _3$.

要证 $_1; \ _2; \ _3; \ _5 - \ _4$ 秩 4，只要证明 $_1; \ _2; \ _3; \ _5 - \ _4$线性 .

考虑组 $x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 + x_4(\ _5 - \ _4) = 0$，

即$(x_1 - k_1x_4) \ _1 + (x_2 - k_2x_4) \ _2 + (x_3 - k_3x_4) \ _3 + x_4 \ _5 = 0$.

由于(III) 秩 4，所以 $_1; \ _2; \ _3; \ _5$线性 ，所以

$$\begin{cases} x_1 - k_1x_4 = 0 \\ x_2 - k_2x_4 = 0 \\ x_3 - k_3x_4 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

13.证明

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

13.证明 由矩阵 乘法知，é 任意 n 列向量 ，n阶方阵 ^{T} 列向量 Ñ 是 与一个数 积，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

13.证明 由矩阵 乘法知，é 任意 n 列向量 ，n阶方阵 ^{T} 列向量 Ñ 是 与一个数 积，即 ^{T} 列向量可以由 线性表出.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

13.证明 由矩阵 乘法知，é 任意 n 列向量 ，n阶方阵 ^{T} 列向量 Ñ 是 与一个数 积，即 ^{T} 列向量可以由 线性表出.

(1)由于 ^{T} 列向量可以由 线性表出， ^{T} 列向量可以由 线性表出，所以 $^T+$ ^{T}可以由 ; 线性表出，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

13.证明 由矩阵 乘法知，é 任意 n 列向量 ，n阶方阵 ^{T} 列向量 Ñ 是 与一个数 积，即 ^{T} 列向量可以由 线性表出.

(1)由于 ^{T} 列向量可以由 线性表出， ^{T} 列向量可以由 线性表出，所以 $^{T}+$ ^{T}可以由 ; 线性表出，

所以$r(A)\leq$; 秩≤ 2.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

13.证明 由矩阵 乘法知，é 任意 n 列向量 ，n阶方阵 ^{T} 列向量 Ñ 是 与一个数 积，即 ^{T} 列向量可以由 线性表出.

(1)由于 ^{T} 列向量可以由 线性表出， ^{T} 列向量可以由 线性表出，所以 $^{T}+$ ^{T}可以由 ; 线性表出，

所以$r(A) \leq$; 秩≤ 2.

(2)若 ; 线性相 ，则 ; 秩< 2，从而$r(A) \leq$; 秩< 2.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

14.解

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

14.解 以向量$X_A; X_B; X_C$分别表示$A; B; C$三种型 混凝土中水泥、水、砂、石、灰 配比，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

14.解 以向量$X_A; X_B; X_C$分别表示$A; B; C$三种型 混凝土中水泥、水、砂、石、灰 配比，即，

$$X_A=\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix}; X_B=\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix}; X_C=\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}.$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

14.解 以向量$X_A;X_B;X_C$分别表示$A;B;C$三种型 混凝土中水泥、水、砂、石、灰 配比，即，

$$X_A=\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix};X_B=\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix};X_C=\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}.$$

(1)要生产 种成分 16，10，21，9，4 混凝土，设$A;B;C$分别需要 比例 $k_1;k_2;k_3$，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

14.解 以向量$X_A;X_B;X_C$分别表示$A;B;C$三种型 混凝土中水泥、水、砂、石、灰 配比，即，

$$X_A=\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix};X_B=\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix};X_C=\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}.$$

(1)要生产 种成分 16，10，21，9，4 混凝土，设$A;B;C$分别需要 比例 $k_1;k_2;k_3$，则

$$k_1X_A+k_2X_B+k_3X_C=\begin{pmatrix}16\\10\\21\\9\\4\end{pmatrix}$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\Leftrightarrow k_1 \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 20 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 18 \\ 10 \\ 25 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + k_3 \begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ 15 \\ 15 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 21 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\Leftrightarrow k_1\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16\\10\\21\\9\\4\end{pmatrix}.$$

é 方程组 增 矩阵实施初 行变换，化

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0{:}08\\0&1&0&0{:}56\\0&0&1&0{:}36\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\Leftrightarrow k_1\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16\\10\\21\\9\\4\end{pmatrix}.$$

é 方程组 增 矩阵实施初 行变换，化

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0{:}08\\0&1&0&0{:}56\\0&0&1&0{:}36\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

所以需要8% A型，56% B型，36% C型.

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\Leftrightarrow k_1\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16\\10\\21\\9\\4\end{pmatrix}.$$

é 方程组 增 矩阵实施初 行变换，化

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0{:}08\\0&1&0&0{:}56\\0&0&1&0{:}36\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

所以需要8% A型，56% B型，36% C型.

所以生产200kg这种混凝土，

需要16kg A型，112kg B型，72kg C型.

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

(2)要生产 种成分 30，57，69，7，80 混凝土，
设$A; B; C$分别需要 比例 $k_1; k_2; k_3$，

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

(2)要生产 种成分 30，57，69，7，80 混凝土，设$A;B;C$分别需要 比例 $k_1;k_2;k_3$，则

$$k_1X_A+k_2X_B+k_3X_C=\begin{pmatrix}30\\57\\69\\7\\80\end{pmatrix}$$

习题3.4($P_{118}-P_{119}$)

$$\Leftrightarrow k_1\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}30\\57\\69\\7\\80\end{pmatrix}.$$

é 方程组 增 矩阵实施初 行变换，化

$$\begin{pmatrix}10&10&10&57\\0&1&4&40\\0&0&5&31\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$

习题3.4($P_{118} - P_{119}$)

$$\Leftrightarrow k_1\begin{pmatrix}20\\10\\20\\10\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}18\\10\\25\\5\\2\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}12\\10\\15\\15\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}30\\57\\69\\7\\80\end{pmatrix}.$$

é 方程组 增 矩阵实施初 行变换，化

$$\begin{pmatrix}10&10&10&57\\0&1&4&40\\0&0&5&31\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$，显然 é 应 方程组 解，也就是说利用$A;B;C$三种型 混凝土，不能配成客户需要 型 .

Thank you!

Author: Ning Qun
Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
Email: Ning.qun@163.com