目录

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无　，则$a =$

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无　，则$a =$

解 $a = 0$

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无　，则$a =$

解 $a = 0$

理由：

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$ 的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无　，则$a =$

解 $a = 0$

理由：利用行列式的性质，

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无 ，则$a =$

解 $a = 0$

理由：利用行列式的性质，

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$ 的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无 ，则$a =$

解 $a = 0$

理由：利用行列式的性质，

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

$$= -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & x_{22} - 2x_{21} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$ 的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无 ，则$a =$

解 $a = 0$

理由：利用行列式的性质，

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

$$= -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & x_{22} - 2x_{21} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} = -a(x_{22} - 2x_{21})$$

自测题第四章难点解答

1.原题：利用行列式的性质，若3阶行列式

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

的值与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$的取值无 ，则$a =$

解 $a = 0$

理由：利用行列式的性质，

$$\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

$$= -\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & x_{22} - 2x_{21} & x_{23} \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} = -a(x_{22} - 2x_{21})$$

与$x_{21}; x_{22}; x_{23}$无 ，必有$a = 0$.

自测题第四章难点解答

2.原题：如下给出几个三阶行列式① $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 2a & 3a \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$，

② $\begin{vmatrix} a & a+2 & 3 \\ 1 & -4 & 6 \\ -1 & 4 & -6 \end{vmatrix}$，③ $\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ a-1 & a & a+1 \\ -a & -1 & a \end{vmatrix}$，

④ $\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix}$，其中，行列式的值与$a$无　的有

自测题第四章难点解答

2.原题：如下给出几个三阶行列式① $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 2a & 3a \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$，

② $\begin{vmatrix} a & a+2 & 3 \\ 1 & -4 & 6 \\ -1 & 4 & -6 \end{vmatrix}$，③ $\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ a-1 & a & a+1 \\ -a & -1 & a \end{vmatrix}$，

④ $\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix}$，其中，行列式的值与$a$无　的有

解 3个.

自测题第四章难点解答

2.原题：如下给出几个三阶行列式① $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 2a & 3a \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$，

② $\begin{vmatrix} a & a+2 & 3 \\ 1 & -4 & 6 \\ -1 & 4 & -6 \end{vmatrix}$，③ $\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ a-1 & a & a+1 \\ -a & -1 & a \end{vmatrix}$，

④ $\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix}$，其中，行列式的值与$a$无 的有

解 3个.

理由：

自测题第四章难点解答

2.原题：如下给出几个三阶行列式①$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 2a & 3a \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$，

②$\begin{vmatrix} a & a+2 & 3 \\ 1 & -4 & 6 \\ -1 & 4 & -6 \end{vmatrix}$，③$\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ a-1 & a & a+1 \\ -a & -1 & a \end{vmatrix}$，

④$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix}$，其中，行列式的值与$a$无　的有

解 3个.

理由：①将第1行乘$(-a)$加到第2行，第2行为0，行列式的值为0，与a无　；

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

③第1行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

④ $$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix} \xlongequal[\text{第1行乘}a\text{加到第3行}]{\text{第1行乘}(1\quad a)\text{加到第2行}}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & -3-2a^2 & 1-a^2 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix}$$

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

③第1行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

④$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix}$ $\overset{\text{第1行乘(1 }a\text{)加到第2行}}{\underset{\text{第1行乘}a\text{加到第3行}}{====}}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & -3-2a^2 & 1-a^2 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix}$ $\overset{\text{第3行加到第2行}}{====}$

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

③第1行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

④$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix} \xlongequal[\text{第1行乘}a\text{加到第3行}]{\text{第1行乘(1 }a\text{)加到第2行}}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & -3-2a^2 & 1-a^2 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第3行加到第2行}} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix}$$

$\xlongequal{\text{第2行乘(}\frac{1}{2}(2a^2+5)\text{)加到第3行}}$

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

③第1行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

④ $\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix} \xlongequal[\text{第1行乘}a\text{加到第3行}]{\text{第1行乘}(1\quad a)\text{加到第2行}}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & -3-2a^2 & 1-a^2 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第3行加到第2行}} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{\text{第2行乘}(\quad \frac{1}{2}(2a^2+5))\text{加到第3行}} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2-1 \end{vmatrix}$$

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

③第1行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

④$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix} \overset{\text{第1行乘}(1\quad a)\text{加到第2行}}{\underset{\text{第1行乘}a\text{加到第3行}}{====}}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & -3-2a^2 & 1-a^2 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix} \overset{\text{第3行加到第2行}}{====} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix}$$

$$\overset{\text{第2行乘}(\quad\frac{1}{2}(2a^2+5))\text{加到第3行}}{====} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2-1 \end{vmatrix} = 2(a^2-1),$$

自测题第四章难点解答

②第2行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

③第1行加到第3行，第3行为0，行列式的值为0，与a无 ；

④ $$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ a-1 & -5 & -a+1 \\ -a & -2a+5 & -1 \end{vmatrix} \overset{\text{第1行乘(1 }a\text{)加到第2行}}{\underset{\text{第1行乘}a\text{加到第3行}}{====}}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & -3-2a^2 & 1-a^2 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix} \overset{\text{第3行加到第2行}}{====} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2a^2+5 & a^2-1 \end{vmatrix}$$

$$\overset{\text{第2行乘(}\frac{1}{2}(2a^2+5)\text{)加到第3行}}{====} \begin{vmatrix} 1 & 2a+2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2-1 \end{vmatrix} = 2(a^2-1),$$

与a有 .

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵， $A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A;\ B$是两个3阶方阵， $A^2-B^2=2I$，则$\det(A+B)\det(A-B)=8$.

解 上述陈述是错误的.

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵， $A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵， $A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：事实上，$\det(A+B)\det(A-B) = \det[(A+B)(A-B)]$

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵， $A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：事实上，$\det(A+B)\det(A-B) = \det[(A+B)(A-B)] = \det(A^2 - AB + BA - B^2)$,

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵， $A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：事实上，$\det(A+B)\det(A-B) = \det[(A+B)(A-B)] = \det(A^2 - AB + BA - B^2)$，一般$\neq \det(A^2 - B^2)$.

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵，$A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：事实上，$\det(A+B)\det(A-B) =$
$\det[(A+B)(A-B)] = \det(A^2 - AB + BA - B^2)$，

一般$\neq \det(A^2 - B^2)$.

例如，$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵， $A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：事实上，$\det(A+B)\det(A-B) = \det[(A+B)(A-B)] = \det(A^2 - AB + BA - B^2)$，

一般$\neq \det(A^2 - B^2)$.

例如，$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$A^2 - B^2 = A^2 = 2I$，但$\det(A+B) = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$; $\det(A-B) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

自测题第四章难点解答

3.原题：设$A; B$是两个3阶方阵，$A^2 - B^2 = 2I$，则$\det(A+B)\det(A-B) = 8$.

解 上述陈述是错误的.

理由：事实上，$\det(A+B)\det(A-B) = \det[(A+B)(A-B)] = \det(A^2 - AB + BA - B^2)$，一般$\neq \det(A^2 - B^2)$.

例如，$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$A^2 - B^2 = A^2 = 2I$，但$\det(A+B) = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$; $\det(A-B) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\det(A+B)\det(A-B) = \frac{15}{2} \neq 8$

自测题第四章难点解答

4.原题：由$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$九个数　以定义一个三阶行列式，则其　能的最大值与其　能的最小值之　是

解 0.

自测题第四章难点解答

4.原题：由$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$九个数　以定义一个三阶行列式，则其　能的最大值与其　能的最小值之　是

解 0.

理由：若由九个数定义的值最大的3阶行列式是$\det A$，则交换$\det A$的1，2两行，得到值最小的行列式，最小值为$-\det A$，

自测题第四章难点解答

4.原题： 由$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$九个数　以定义一个三阶行列式，则其　能的最大值与其　能的最小值之　是

解 0.

理由： 若由九个数定义的值最大的3阶行列式是$\det A$，则交换$\det A$的1，2两行，得到值最小的行列式，最小值为$-\det A$，所以　为0.

5.原题： 计算10阶行列式
$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -9 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

自测题第四章难点解答

4.原题：由$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$九个数 以定义一个三阶行列式，则其 能的最大值与其 能的最小值之 是

解 0.

理由：若由九个数定义的值最大的3阶行列式是$\det A$，则交换$\det A$的1，2两行，得到值最小的行列式，最小值为$-\det A$，所以 为0.

5.原题：计算10阶行列式 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -9 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix} =$

解 $(-1)10!$

自测题第四章难点解答

理由：

自测题第四章难点解答

理由：原式 $\xlongequal{\text{各列都加到第1列}}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -9 & 9 \\ 10 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

自测题第四章难点解答

理由：原式 $\xlongequal{\text{各列都加到第1列}} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -9 & 9 \\ 10 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$

依次交换第1列与第2列,...,第9列与第10列

$\xlongequal{\quad}$

进行了9次相邻的列列交换

自测题第四章难点解答

理由： 原式 $\overset{\text{各列都加到第1列}}{=\!=\!=\!=}$
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -9 & 9 \\ 10 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

依次交换第1列与第2列,...,第9列与第10列

$=\!=\!=\!=$
$$-\begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -9 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 10 \end{vmatrix}$$

进行了9次相邻的列列交换

自测题第四章难点解答

6.原题：计算n阶行列式$\begin{vmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix} =$

自测题第四章难点解答

6.原题：计算n阶行列式$\begin{vmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix} =$

解 $n+1$

自测题第四章难点解答

6.原题：计算n阶行列式$\begin{vmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix} =$

解 $n+1$

理由：

自测题第四章难点解答

6.原题：计算n阶行列式$\begin{vmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix} =$

解 $n+1$

理由：原式 $\xlongequal{\text{各列都加到第1列}} \begin{vmatrix} n+1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ n+1 & 2 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n+1 & 1 & \cdots & 2 & 1 \\ n+1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}$

自测题第四章难点解答

第1行乘(1)加到以下各行

$= = = =$

自测题第四章难点解答

第1行乘(1)加到以下各行

$$
\overset{}{=\!=\!=\!=}
\begin{vmatrix}
n+1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 1
\end{vmatrix}
$$

自测题第四章难点解答

$$\xlongequal{\text{第1行乘(}\quad\text{1)加到以下各行}} \begin{vmatrix} n+1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{vmatrix} = n+1$$

自测题第四章难点解答

$$\xlongequal{\text{第1行乘(1)加到以下各行}} \begin{vmatrix} n+1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{vmatrix} = n+1$$

7.原题： 设5阶行列式

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix} = 10$$

自□

自测题第四章难点解答

则 $\begin{vmatrix} a_{55} & a_{54} & a_{53} & a_{52} & a_{51} \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{15} & a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} =$

解 10:

自测题第四章难点解答

则 $\begin{vmatrix} a_{55} & a_{54} & a_{53} & a_{52} & a_{51} \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{15} & a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} =$

解 10:

理由:

自测题第四章难点解答

则 $\begin{vmatrix} a_{55} & a_{54} & a_{53} & a_{52} & a_{51} \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{15} & a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} =$

解 10:

理由：交换$|A|$的第1行　第5行，再交换其第2行　第4行，

值不变， $|A| = \begin{vmatrix} a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \end{vmatrix}$

自测题第四章难点解答

再交换它的第1列　第5列，第2列　第4列，值仍不变，

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{55} & a_{54} & a_{53} & a_{52} & a_{51} \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{15} & a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{vmatrix}$$

自测题第四章难点解答

再交换它的第1列　第5列，第2列　第4列，值仍不变，

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{55} & a_{54} & a_{53} & a_{52} & a_{51} \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{15} & a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} = 10:$$

自测题第四章难点解答

再交换它的第1列 第5列，第2列 第4列，值仍不变，

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{55} & a_{54} & a_{53} & a_{52} & a_{51} \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{15} & a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} = 10.$$

8.原题：设三阶行列式$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$,

记$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - 2a_{11} & a_{22} - 2a_{12} & a_{23} - 2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$,

自测题第四章难点解答

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{13} & a_{33} & a_{23}\\ a_{11} & a_{31} & a_{21}\\ a_{12} & a_{32} & a_{22}\end{vmatrix},$$

$$D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{11}-2a_{31} & a_{12}-2a_{32} & a_{13}-2a_{33}\end{vmatrix}$$

$$D_4=\begin{vmatrix} a_{11} & -3a_{12} & a_{13}\\ -a_{21} & 3a_{22} & -a_{23}\\ a_{31} & -3a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}$$

则(1)与D相等的是；(2)等于$-2D$的是；(3)等于$3D$的是.

自测题第四章难点解答

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{13} & a_{33} & a_{23} \\ a_{11} & a_{31} & a_{21} \\ a_{12} & a_{32} & a_{22} \end{vmatrix},$$

$$D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11}-2a_{31} & a_{12}-2a_{32} & a_{13}-2a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_4=\begin{vmatrix} a_{11} & -3a_{12} & a_{13} \\ -a_{21} & 3a_{22} & -a_{23} \\ a_{31} & -3a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

则(1)与D相等的是；(2)等于$-2D$的是；(3)等于$3D$的是.

解 (1)D_1；(2)D_3；(3)D_4

自测题第四章难点解答

理由：

自测题第四章难点解答

理由：(1)将D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以 $D=D_1$；

自测题第四章难点解答

理由：(1)将D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D=D_1$；

(2)将D的第3行乘(-2)，再将第1行加到第3行，得D_3，所以$D_3=-2D$；

自测题第四章难点解答

理由：(1)将D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D=D_1$；

(2)将D的第3行乘(-2)，再将第1行加到第3行，得D_3，所以$D_3=-2D$；

(3)将D的第2行乘(-1)，再将第2列乘(-3)，得D_4，所以$D_4=3D$.

自测题第四章难点解答

理由：(1)将D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D=D_1$；

(2)将D的第3行乘(-2)，再将第1行加到第3行，得D_3，所以$D_3=-2D$；

(3)将D的第2行乘(-1)，再将第2列乘(-3)，得D_4，所以$D_4=3D$.

9.原题：设$A=\begin{pmatrix} x & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & x & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & x & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & x & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & x \end{pmatrix}$，则$\det A=$

自测题第四章难点解答

理由：(1)将D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D=D_1$；

(2)将D的第3行乘(-2)，再将第1行加到第3行，得D_3，所以$D_3=-2D$；

(3)将D的第2行乘(-1)，再将第2列乘(-3)，得D_4，所以$D_4=3D$.

9.原题：设$A=\begin{pmatrix} x & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & x & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & x & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & x & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & x \end{pmatrix}$，则$\det A=$

解 $(20+x)(x-5)^4$

自测题第四章难点解答

理由：

自测题第四章难点解答

理由： $\det A \xlongequal{\text{各列加到第1列}}$

自测题第四章难点解答

理由：$\det A \overset{\text{各列加到第1列}}{=\!=\!=\!=} \begin{vmatrix} x+20 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & x & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & x & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & x & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & 5 & x \end{vmatrix}$

自测题第四章难点解答

理由：$\det A \xlongequal{\text{各列加到第1列}} \begin{vmatrix} x+20 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & x & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & x & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & x & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & 5 & x \end{vmatrix}$

$\xlongequal{\text{第1行乘(1) 加到以下各行}}$

自测题第四章难点解答

理由： $\det A \overset{\text{各列加到第1列}}{=\!=\!=\!=} \begin{vmatrix} x+20 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & x & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & x & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & x & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & 5 & x \end{vmatrix}$

$$\overset{\text{第1行乘(\ \ 1) 加到以下各行}}{=\!=\!=\!=} \begin{vmatrix} x+20 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & x-5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x-5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x-5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x-5 \end{vmatrix}$$

自测题第四章难点解答

理由： $\det A \overset{\text{各列加到第1列}}{=\!=\!=\!=} \begin{vmatrix} x+20 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & x & 5 & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & x & 5 & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & x & 5 \\ x+20 & 5 & 5 & 5 & x \end{vmatrix}$

$$\overset{\text{第1行乘(\quad 1) 加到以下各行}}{=\!=\!=\!=} \begin{vmatrix} x+20 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & x-5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x-5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x-5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x-5 \end{vmatrix}$$

$$= (20+x)(x-5)^4$$

自测题第四章难点解答

10.原题： 设$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，$A$ 为A的伴随矩阵，

记 为A 列向量组中

(1)第三列列向量，则 $=$；(2)第二列列向量，则 $=$；

解 (1) $\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$；(2) $\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$.

自测题第四章难点解答

10.原题： 设$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，$A$ 为A的伴随矩阵，

记 为A 列向量组中

(1)第三列列向量，则 $=$；(2)第二列列向量，则 $=$；

解 (1)$\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$；(2)$\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$.

理由：

自测题第四章难点解答

10.原题： 设$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，$A$ 为A的伴随矩阵，

记 为A 列向量组中

(1)第三列列向量，则 $=$；(2)第二列列向量，则 $=$；

解 (1)$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$；(2)$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

理由：(1)A 的第3列元素是A的第3行元素的代数余子式，

而$A_{31} = 0$; $A_{32} = -1$; $A_{33} = 1$，所以 $= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$；

自测题第四章难点解答

(2)A 的第2列元素是A的第2行元素的代数余子式，

而$A_{21}=-1;\ A_{22}=1;\ A_{23}=0$，所以 $=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$;

自测题第四章难点解答

(2)A 的第2列元素是A的第2行元素的代数余子式，

而$A_{21}=-1;\ A_{22}=1;\ A_{23}=0$，所以 $=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$；

11.原题： 设A是3阶方阵， $|A|=2$，则A的伴随矩阵$A\ =$

自测题第四章难点解答

(2)A 的第2列元素是A的第2行元素的代数余子式，

而$A_{21} = -1$; $A_{22} = 1$; $A_{23} = 0$，所以 $= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$；

11.原题： 设A是3阶方阵，$|A| = 2$，则A的伴随矩阵$A =$

解 $2A$ 1

自测题第四章难点解答

(2)A 的第2列元素是A的第2行元素的代数余子式，

而$A_{21}=-1;\ A_{22}=1;\ A_{23}=0$，所以 $=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$；

11.原题： 设A是3阶方阵， $|A|=2$，则A的伴随矩阵A $=$

解 $2A$ 1

理由：

自测题第四章难点解答

(2)A 的第2列元素是A的第2行元素的代数余子式,

而$A_{21} = -1;\ A_{22} = 1;\ A_{23} = 0$，所以 $= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$;

11.原题： 设A是3阶方阵， $|A| = 2$，则A的伴随矩阵$A \ =$

解 $2A^{\ 1}$

理由：因为$A^{\ 1} = \frac{1}{jAj}A$ ，所以$A \ = |A|A^{\ 1} = 2A^{\ 1}$.

自测题第四章难点解答

(2)A 的第2列元素是A的第2行元素的代数余子式，

而$A_{21}=-1;\ A_{22}=1;\ A_{23}=0$，所以 $=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$；

11.原题： 设A是3阶方阵， $|A|=2$，则A的伴随矩阵A $=$

解 $2A\ ^{1}$

理由：因为$A\ ^{1}=\frac{1}{jAj}A$ ，所以$A\ =|A|A\ ^{1}=2A\ ^{1}$.

11.原题： 设矩阵$A=\begin{pmatrix}-3&3&-3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{pmatrix}$的行列式$\det A=9$，

记M_{ij}为$|A|$的第i行，第j列位置元素的余子式，

则$M_{11}+M_{12}+M_{13}=$

自测题第四章难点解答

解 -3.

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11} = M_{11}$; $A_{12} = -M_{12}$; $A_{13} = M_{13}$,

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11}=M_{11};\ A_{12}=-M_{12};\ A_{13}=M_{13}$，

$|A|$按第1行展，$(-3)A_{11}+3A_{12}+(-3)A_{13}=9$，

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11}=M_{11};\ A_{12}=-M_{12};\ A_{13}=M_{13}$，

$|A|$按第1行展 ，$(-3)A_{11}+3A_{12}+(-3)A_{13}=9$，即，

$(-3)M_{11}+3(-M_{12})+(-3)M_{13}=9;\ M_{11}+M_{12}+M_{13}=-3.$

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11}=M_{11};\ A_{12}=-M_{12};\ A_{13}=M_{13}$，

$|A|$按第1行展 ，$(-3)A_{11}+3A_{12}+(-3)A_{13}=9$，即，

$(-3)M_{11}+3(-M_{12})+(-3)M_{13}=9;\ M_{11}+M_{12}+M_{13}=-3:$

12.原题： 设$A;B$都是3阶方阵，

$|A|=3;|B|=2;|A^{-1}+B|=2$，则$|A+B^{-1}|=$

解 3.

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11} = M_{11};\ A_{12} = -M_{12};\ A_{13} = M_{13}$，

$|A|$按第1行展 ，$(-3)A_{11} + 3A_{12} + (-3)A_{13} = 9$，即，

$(-3)M_{11} + 3(-M_{12}) + (-3)M_{13} = 9;\ M_{11} + M_{12} + M_{13} = -3:$

12.原题： 设$A; B$都是3阶方阵，

$|A| = 3; |B| = 2; |A^{-1} + B| = 2$，则$|A + B^{-1}| =$

解 3.

理由：

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11}=M_{11};\ A_{12}=-M_{12};\ A_{13}=M_{13}$，

$|A|$按第1行展 ，$(-3)A_{11}+3A_{12}+(-3)A_{13}=9$，即，

$(-3)M_{11}+3(-M_{12})+(-3)M_{13}=9;\ M_{11}+M_{12}+M_{13}=-3:$

12.原题： 设$A; B$都是3阶方阵，

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11} = M_{11}; \ A_{12} = -M_{12}; \ A_{13} = M_{13}$，

$|A|$按第1行展　，$(-3)A_{11} + 3A_{12} + (-3)A_{13} = 9$，即，

$(-3)M_{11} + 3(-M_{12}) + (-3)M_{13} = 9; \ M_{11} + M_{12} + M_{13} = -3:$

12.原题：　设$A; B$都是3阶方阵，

自测题第四章难点解答

解 -3.

理由：由代数余子式的概念，

$A_{11} = M_{11};\ A_{12} = -M_{12};\ A_{13} = M_{13}$，

$|A|$按第1行展，$(-3)A_{11} + 3A_{12} + (-3)A_{13} = 9$，即，

$(-3)M_{11} + 3(-M_{12}) + (-3)M_{13} = 9;\ M_{11} + M_{12} + M_{13} = -3.$

12.原题：设$A; B$都是3阶方阵，

$|A| = 3;\ |B| = 2,\ |A^{-1} + B| = 2$，则$|A + B^{-1}| =$

解 3.

理由：

自测题第四章难点解答

13.原题： 设A的伴随矩阵$A^{*} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， A的行列式

$\det A > 0$，则(1)$\det A =$；(2)A的逆矩阵A^{-1}

自测题第四章难点解答

13.原题：设A的伴随矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， A的行列式 $\det A > 0$，则(1)$\det A =$；(2)A的逆矩阵A^{1}

解 (1)2；(2)$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

自测题第四章难点解答

13.原题：设A的伴随矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， A的行列式

$\det A > 0$，则(1)$\det A =$；(2)A的逆矩阵$A^{\ 1}$

解 (1)2；(2)$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

理由：

自测题第四章难点解答

13.原题：设A的伴随矩阵$A\ \ = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， A的行列式 $\det A > 0$，则(1)$\det A =$；(2)A的逆矩阵$A^{\ 1}$

解 (1)2；(2)$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

理由：(1)因为$AA\ \ = |A| I_3$，所以$|A||A\ \ | = |A|^3$，$|A|^2 = |A\ \ | = 4$，

自测题第四章难点解答

13.原题： 设A的伴随矩阵$A \quad = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， A的行列式

$\det A > 0$，则(1)$\det A =$；(2)A的逆矩阵$A \quad ^{1}$

解 (1)2；(2)$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

理由： (1)因为$AA \quad = |A| I_3$，所以$|A||A \quad | = |A|^3$，

$|A|^2 = |A \quad | = 4$，又$|A| > 0$，所以$|A| = 2$:

自测题第四章难点解答

13.原题：设A的伴随矩阵$A\ = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，$A$的行列式 $\det A > 0$，则(1)$\det A =$；(2)A的逆矩阵$A\ {}^{1}$

解 (1)2；(2)$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

理由：(1)因为$AA\ = |A|I_3$，所以$|A||A\ | = |A|^3$，$|A|^2 = |A\ | = 4$，又$|A| > 0$，所以$|A| = 2$:

(2)$A\ {}^{1} = \frac{1}{jAj}A\ $，而$|A| = 2$，所以

$$A\ {}^{1} = \frac{1}{2}A\ = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵，$|A| = -3$，则A的伴随矩阵A^*的行列式$\det A^* =$

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵， $|A|=-3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A \ =$

解 9.

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵，$|A| = -3$，则A的伴随矩阵A^*的行列式$\det A^* =$

解 9.

理由：

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵， $|A| = -3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A$ $=$

解 9.

理由：因为$AA = |A| I_3$，所以$|A||A| = |A|^3$，$|A| = |A|^2 = 9$

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵，$|A| = -3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A = $

解 9.

理由：因为$AA = |A|I_3$，所以$|A||A| = |A|^3$，$|A| = |A|^2 = 9$

15.原题：设$A = (a_{ij})_{3\ 3}$是3阶非零方阵，A_{ij}是a_{ij}的代数余子式，若对□ a ，

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵，$|A| = -3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A$ $=$

解 9.

理由：因为$AA = |A| I_3$，所以$|A||A| = |A|^3$，

$|A| = |A|^2 = 9$

15.原题：设$A = (a_{ij})_{3\ 3}$是3阶非零方阵，A_{ij}是a_{ij}的代数余子式，若对□ a ，

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵，$|A| = -3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A \ =$

解 9.

理由：因为$AA \ = |A|I_3$，所以$|A||A \ | = |A|^3$，$|A \ | = |A|^2 = 9$

15.原题：设$A = (a_{ij})_{3 \ 3}$是3阶非零方阵，A_{ij}是a_{ij}的代数余子式，若对任意的$i; j$，都有$a_{ij} + A_{ij} = 0$，则A的行列式$\det A =$

解 -1

理由：

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵， $|A| = -3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A \ =$

解 9.

理由：因为$AA \ = |A|I_3$，所以$|A||A \ | = |A|^3$，
$|A \ | = |A|^2 = 9$

15.原题： 设$A = (a_{ij})_{3 \ 3}$是3阶非零方阵，A_{ij}是a_{ij}的代数余子式，若对任意的$i; j$，都有$a_{ij} + A_{ij} = 0$，则A的行列式$\det A \ =$

解 -1

理由：因为

$$A \ = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{21} & -a_{31} \\ -a_{12} & -a_{22} & -a_{32} \\ -a_{13} & -a_{23} & -a_{33} \end{pmatrix}$$

自测题第四章难点解答

14.原题：设A是一个3阶方阵， $|A| = -3$，则A的伴随矩阵A 的行列式$\det A \ =$

解 9.

理由：因为$AA \ = |A|I_3$，所以$|A||A \ | = |A|^3$，$|A \ | = |A|^2 = 9$

15.原题： 设$A = (a_{ij})_{3 \ 3}$是3阶非零方阵，A_{ij}是a_{ij}的代数余子式，若对任意的$i; j$，都有$a_{ij} + A_{ij} = 0$，则A的行列式$\det A =$

解 -1

理由：因为

$$A \ = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{21} & -a_{31} \\ -a_{12} & -a_{22} & -a_{32} \\ -a_{13} & -a_{23} & -a_{33} \end{pmatrix} = -A^T,$$

自测题第四章难点解答

而$AA \quad = |A|I_3$，即，$A(-A^T) = |A|I_3$，$|A||-A^T| = |A|^3$，$-|A|^2 = |A|^3$; $|A| = -1$.

自测题第四章难点解答

而$AA^* = |A|I_3$，即，$A(-A^T) = |A|I_3$，$|A||-A^T| = |A|^3$，$-|A|^2 = |A|^3$; $|A| = -1$.

16.原题：计算4阶行列式$\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

自测题第四章难点解答

而$AA^{*}=|A|I_3$，即，$A(-A^T)=|A|I_3$，$|A||-A^T|=|A|^3$，$-|A|^2=|A|^3$; $|A|=-1$.

16.原题：计算4阶行列式$\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

解 $-(ad-bc)^2$.

自测题第四章难点解答

而$AA = |A|I_3$，即，$A(-A^T) = |A|I_3$，$|A||-A^T| = |A|^3$，$-|A|^2 = |A|^3$; $|A| = -1$.

16.原题：计算4阶行列式$\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

解 $-(ad-bc)^2$.

理由：

自测题第四章难点解答

而$AA\quad = |A|I_3$，即，$A(-A^T) = |A|I_3$，$|A||-A^T| = |A|^3$，$-|A|^2 = |A|^3$; $|A| = -1$.

16.原题： 计算4阶行列式$\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

解 $-(ad-bc)^2$.

理由： 原式 $\overset{\text{第1行展}}{====}$ $(-a)\begin{vmatrix} a & 0 & b \\ 0 & d & 0 \\ c & 0 & d \end{vmatrix} + b\begin{vmatrix} a & 0 & b \\ 0 & d & 0 \\ c & 0 & d \end{vmatrix}$

自测题第四章难点解答

而$AA\ \ = |A| I_3$，即，$A(-A^T) = |A| I_3$，$|A|| - A^T| = |A|^3$，$-|A|^2 = |A|^3$; $|A| = -1$.

16.原题：计算4阶行列式$\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

解 $-(ad-bc)^2$.

理由：原式 $\overset{第1行展}{====}$ $(-a)\begin{vmatrix} a & 0 & b \\ 0 & d & 0 \\ c & 0 & d \end{vmatrix} + b\begin{vmatrix} a & 0 & b \\ 0 & d & 0 \\ c & 0 & d \end{vmatrix}$

$= (-ad)\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + bc\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

自测题第四章难点解答

而$AA^* = |A|I_3$，即，$A(-A^T) = |A|I_3$，$|A||-A^T| = |A|^3$，$-|A|^2 = |A|^3$; $|A| = -1$.

16.原题：计算4阶行列式 $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

解 $-(ad-bc)^2$.

理由：原式 $\overset{\text{第1行展}}{=\!=\!=\!=}$ $(-a)\begin{vmatrix} a & 0 & b \\ 0 & d & 0 \\ c & 0 & d \end{vmatrix} + b\begin{vmatrix} a & 0 & b \\ 0 & d & 0 \\ c & 0 & d \end{vmatrix}$

$$= (-ad)\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + bc\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -(ad-bc)^2:$$

Thank you!

Author: Ning Qun
Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
Email: Ning.qun@163.com