

《线性代数》

应 用 题

数学与统计学

目

应 用 K

《线性代数》

应 用 题

宿州学 数学与统计学

## 1

拥有30万城市就业人口的宿州市，其就业人口主要从事工业、商业、服务业工作。定宿州市就业人口在若干年内持 ，而社会调查 明：

(1) 在这30万就业人员中，目前约有15万人从事工业，9万人从事商业，6万人从事服务业。

(2) 在从事工业人员中，每年约有20%改为从事商业，10%改为服务业。

(3) 在从事商业人员中，每年约有20%改为从事工业，10%改为服务业。

(4) 在从事服务业人员中，每年约有10%改为从事工业，10%改为从事商业。

宿州市政府为 制定某 长期政 ，需要 解近一、二年后从事各业人员的人数以 经 若干年后，从事各业人员总数之发展趋势。

请你利用所学 性代数的知识，利用上述信 ， 立适当的数学模型，给出近一、二年后从事各业人员的人数以 经 若干年后，从事各业人员总数之发展趋势。

## 2

Fibonacci数是经典的数之一。1202年，意大利数学家斐那契在一书中提出一个问题K：

如一对兔子出生一个月后开始繁殖，每个月生出一对后代，有一对新生兔子，假定兔子只繁殖，没有死亡，问第k月月初会有多少兔子？

以“对”为单位，每月兔子组数构成一个数列，这是著名的Fibonacci数列  $\{F_k\} : 0; 1; 2; 3; 5; 8; \dots$ ，数符  $\wedge F_0 = 0; F_1 = 1; F_{k+2} = F_{k+1} + F_k$ 。

请你利用所学线性代数知识，经推算得到 $F_k$ 的通项公式。

《线性代数》

应 用 题

数学与统计学

## 3(续)

(1) 如某医院要求的4 中药中的五种成分为16,10,21,9,4, 试问三种成药应各占多少 例? 如 客户总 需要5kg新的中药,则三种类型各要多少?

(2) 如 医院要求的5 中药  $A; B; C; D; E$  的成分为16,12,19,9,4,则这种中药能用以上三种成药配成 ? 为什么?

## 3(续)

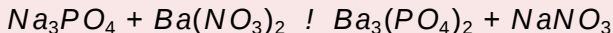
(1) 如某医院要求的4 中药中的五种成分为16,10,21,9,4, 试问三种成药应各占多少 例? 如 客户总 需要5kg新的中药,则三种类型各要多少?

(2) 如 医院要求的5 中药 A;B;C;D;E的成分为16,12,19,9,4,则这种中药能用以上三种成药配成 ? 为什么?

## 4

(1) 酸钠 酸 溶液混 时产生 酸 沉淀 酸钠。

请利用所学 性方程组知识, 配平如 化学方程式



(2) 燃烧 烷时 烷( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) 氧气( $\text{O}_2$ )结 , 生成

$\text{CO}_2$   $\text{H}_2\text{O}$ 。请利用所学 性方程组知识, 配平如 化学方程式



5

设一个经济系统  $N$  由五金化工、石油能源、机械三个部门组成。化工部门售30%的产出给石油部门，50%的产出给机械部门，余下的产出。石油部门售80%的产出给化工部门，10%的产出给机械部门，余下的产出。机械部门售40%的产出给化工部门，40%的产出给石油部门，余下的产出。求出该经济系统  $N$  的一组平衡价格使得每个部门的收支平衡。

5

设一个经济系统  $N$  由五金化工、石油能源、机械三个部门组成。化工部门售30%的产出给石油部门，50%的产出给机械部门，余下的产出。石油部门售80%的产出给化工部门，10%的产出给机械部门，余下的产出。机械部门售40%的产出给化工部门，40%的产出给石油部门，余下的产出。求出该经济系统  $N$  的一组平衡价格使得每个部门的收支平衡。

6

考察在某一地区某种传染流行期的发展情况。该传染可以治愈，但治愈者没有免疫力，可能因感染病毒而再次患。设开始时患者占的比例为10%，且流行期康复者每  $U$  因感染病毒而患的人数比例为常数20%，患者每  $U$  治愈的比例为常数30%。那么，若干  $U$  后情况会怎样呢？

## 《线性代数》

## 应 用 题

## 数学与统计学

## 目

## 应 用 K

7

某学校为 J 高教师的业务水平, 划让教师进行分批  $\varnothing$  产进修, 设学校目前在岗教师 800 人, 正在  $\varnothing$  产进修的有 200 人, 准  
每年从在岗教师中选 30% 的人去进修, 且每年正在进修的教师  
中有 60% 的人可以完成培训回到教学岗位中, 若教师总人数  
, 问一年后在岗教师 进修教师各有多少? 两年后各有多少?  
由此预 若干年后, 学校在岗 进修教师各有多少?

7

某学校为 J 高教师的业务水平, 划让教师进行分批  $\varnothing$  产进修, 设学校目前在岗教师 800 人, 正在  $\varnothing$  产进修的有 200 人, 准每年从在岗教师中选 30% 的人去进修, 且每年正在进修的教师中有 60% 的人可以完成培训回到教学岗位中, 若教师总人数, 问一年后在岗教师 进修教师各有多少? 两年后各有多少? 由此预 若干年后, 学校在岗 进修教师各有多少?

8

定某地人口总数 持 , 每年有 5% 的农村人口 入城镇, 有 1% 的城镇人口 入农村。利用所学 性代数的知识, 说明该地的城镇人口与农村人口的分 最终是否会趋于一个“稳定状”。

## 9

设 支 梁 如 图 1 所 示，在 梁 的 三 个 位 置 分 别 施 力  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  后，在 该 处 产 生 的 综 合 形 变（通常称为挠度）为  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$ 。根据胡克定律，在 未 失 去 弹 性 的 范 围 内，三 个 力 与 它 引 起 的 三 个 形 变 都 呈 现 线 性 关 系，可 以 写 出 矩 阵 形 式

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ y_1 & d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ @y_2 & d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ y_3 & d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

(1) 若 只 施 一 个 力  $f_1$ ，其 余 两 个 力  $f_2 = f_3 = 0$ ，求 力  $f_1$  在 三 处 分 别 引 起 的 挠 度。

(2) 由 (1) 以 矩 阵 的 乘 法，说 明 元 素  $d_{ij}$  的 物 理 意 义。

## 《线性代数》

## 应用题

## 数学与统计学

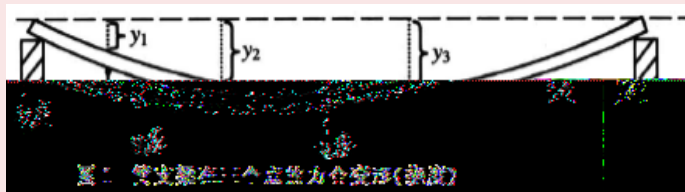
## 目

## 应用 K

9(续)

$$(3) \text{ 若 } \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{matrix} A = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 0:005 & 0:002 & 0:001 \\ 0:002 & 0:004 & 0:003 \\ 0:001 & 0:003 & 0:006 \end{matrix} A, \text{ 且在三}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ f_1 & 20 \\ f_2 & 50 \\ f_3 & 30 \end{matrix} A = \begin{matrix} 0 & 1 \\ 50 & 20 \\ 30 & 50 \end{matrix} A, \text{ 求挠度。}$$



## 10

某农场饲养的某种动物所能达到的最大年龄为15岁，其分成3个年龄组，第一组：0～5岁；第二组：6～10岁；第三组：11～15岁。动物从第二年龄组开始繁殖后代，经长期统计，第二年龄组的动物在其年龄段平均繁殖4个后代，第三年龄组的动物在其年龄段平均繁殖3个后代，第一年龄组第二年年龄组的动物能顺利进入一个年龄组的存活分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ ，设农场有3个年龄段的动物各1000只，问15年后农场3个年龄段的动物各有多少只？由此计算经5k年后，农场各个年龄段的动物数量。

## 11

某调料公司用7种成分来制造6种调味品（ ）

每包调味品所需各成分的量(单位：克)

| 成分<br>调味品 \ 调料 |     |     |     |     |   |     |
|----------------|-----|-----|-----|-----|---|-----|
|                | A   | B   | C   | D   | E | F   |
| 红辣椒            | 3   | 1.5 | 4.5 | 7.5 | 9 | 4.5 |
| 姜黄             | 2   | 4   | 0   | 8   | 1 | 6   |
| 胡椒             | 1   | 2   | 0   | 4   | 2 | 3   |
| 欧莨菪            | 1   | 2   | 0   | 4   | 1 | 3   |
| 大蒜粉            | 0.5 | 1   | 0   | 2   | 2 | 1.5 |
| 盐              | 0.5 | 1   | 0   | 2   | 2 | 1.5 |

## 11(续)

(1) 一客为免馆全6种调味制品，他可以只果其中一分用它们配制出其余种调味品，为能配置出其余种调味品，这位客须馆的最少的调味品的种类是多少？写出所需最少的调味品的。

(2) 由(1)中所得到的最小调味品是否唯一？

(3) 用(1)中的最小调味品，按成分配制一种新调味品，写出需要调味品的包数。辣:18, 黄:18, 胡:9, 欧莳:9, 大蒜粉:4.5, 盐:4.5, 丁油:3.25。

(4) 一客望按成分配制一种调味品，他要馆的最小调味品是什么？辣:12, 黄:14, 胡:7, 欧莳:7, 大蒜粉:35, 盐:35, 丁油:175。

(5) 在上述问K的解答中，用到那些性代数课程的知识？请出所用知识点。

## 12

筑用混凝土是由水泥、水、砂、石灰五种原料按一定比例配制而成， $O$ 的成分比例影响混凝土的 $A$ 性。一般而言，水与水泥的比例影响混凝土的最终强度，砂与石灰的比例影响混凝土的易工性，灰与水泥的比例影响混凝土的耐久性等。所以 $O$ 用 $a$ 的混凝土需要 $O$ 的原料。

定某混凝土生产企业的设只能生产储存三种基类型的混凝土，超强型、 $I$ 用型、长寿型。它们的配方如：超强型 $A$ 水泥、水、砂、石灰分为20、10、20、10、0； $I$ 用型 $B$ 水泥、水、砂、石灰分为18、10、25、5、2；长寿型 $C$ 水泥、水、砂、石灰分为12、10、15、15、8。企业望，客户所订的其它混凝土都可以由这三种基类型按一定比例混而成。

(1) 如某客户要求的混凝土的五种成分为16、10、21、9、4，问 $A, B, C$ 三种类型的混凝土各占多少比例？如客户需要这种混凝土200T，则三种混凝土各需要多少T？

(2) 如客户要求的成分为30、57、69、7、80，它能用 $A, B, C$ 三种类型配成？若能，你能给出一种调整 $A, B, C$ 成分的方案，使之能满足客户要求？

## 13

我校地学生周末有回 在校两种选择。Ú 数据 示，周末回 的学生，周末回 的为 $\frac{2}{5}$ ，周末在校的学生周末在校的是 $\frac{1}{5}$ 。已知第一周周末有30%地学生回 。

(1) 求第二周周末地学生回 的 。

(2) 求第五周周末地学生回 的 。利用此 性代数知识，何 学期末（第十八周）周末地学生回 的 。

## 13

我校地学生周末有回 在校两种选择。Ú 数据 示，周末回 的学生，周末回 的为 $\frac{2}{5}$ ，周末在校的学生周末在校的是 $\frac{1}{5}$ 。已知第一周周末有30%地学生回 。

- (1) 求第二周周末地学生回 的 。
- (2) 求第五周周末地学生回 的 。利用此 性代数知识，何 学期末（第十八周）周末地学生回 的 。

## 14

宿州市有苏 乐福两 超市 互竞争，设苏 每月有 $\frac{1}{4}$ 的 客，而 $\frac{3}{4}$ 转移 乐福；每月 乐福 有 $\frac{2}{3}$ 的 客，而 $\frac{1}{3}$ 转移 苏 。设苏 年初占有 $\frac{3}{5}$ 的 客，乐福占有 $\frac{2}{5}$ 的 客。

- (1) 问2月初两 超市的 客占有 例是多少？
- (2) 年底两 超市的 客占有 例是多少？由此预 若干年后，两 超市 客占有 的发展趋势。

《线性代数》

应 用 题

数学与统计学

目

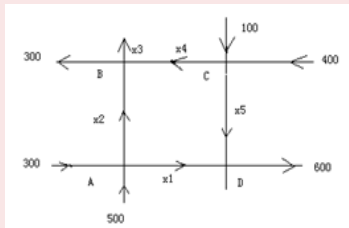
应 用 K

15

(李政道问 K) 一堆苹 要分给5只 子，第一只 子来 ，把苹 分成5堆，还多一个扔 ，自 拿走一堆。第二只 子来 ，又把苹 分成5堆，又多一个扔 ，自 拿走一堆，以后每只 子来 ，都如此办理。问原来至少有多少苹 ，最后至少有多少苹 ？

16

$\tilde{a}$  是宿州市某日单位时段内四 ^ 主要干道单 车辆的 量  $\tilde{a}$ 。



请利用所学 性代数知识，解决以 问 K。

(1) 给出  $\tilde{a}$  中所有 量的 足的 式。

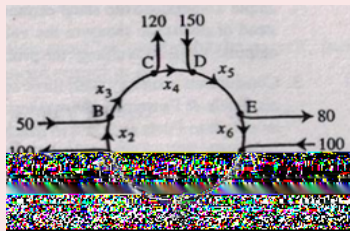
(2) 由于道 设施等原因， $\tilde{a}$  中  $x_1$  至  $x_5$  的单位时段内的车 量最大 能超 500。请利用 性方程组理 ，说明如 控制  $x_1$  至  $x_5$  中的某一个 量，使得5个 段的单位时 内 量  $x_1$  至  $x_5$  都 超 500。

## 17

学校附近有三 ，一 是川 ，一 是 ，还有一 是快 。 设每个周末在食 ，的学生中有20% 次吃 ，25% 次吃快 ，还有30% 次吃川 ；吃 的学生中有20%在食 ，吃，20% 次吃快 ，还有30% 次吃川 ；而吃快 的学生中有25%的 次在食 ，吃，25%的 次吃 ，10%的 次吃川 ；对于吃川 的学生，30%的 次在食 ，吃，30%的 次吃 ，10%的 次吃快 。我们把这样的整个事 称为一个  $\hat{U}$ 。而某个学生在四个地方的任 一个地方吃饭，称为状 。在这个例子里，有四个状 。请利用所学 性代数知识，何  $\hat{U}$ 状 的稳定性。 经 若干周以后，四种状 中学生 例的大致情况。

18

$\tilde{a}$  是一个“左行环岛”某一时段的车 量示意  $\tilde{a}$ 。

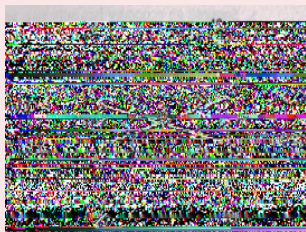


请利用所学 性代数知识，解决以 问 K。

- (1) 给出  $\tilde{a}$  中所有 量的 足的 式。
- (2) 由于道 设施等原因， $\tilde{a}$  中环岛  $x_1$  至  $x_6$  段单位时段内的车 量最大 能超 200。请利用 性方程组理 ，说明如 控制  $x_1$  至  $x_6$  中的某一个 量，使得6个 段的单位时 内量  $x_1$  至  $x_6$  都 超 200。
- (3) 由于道 施工， $x_4$  段封 ，这时 证道 畅  $\tilde{I}$  的各 段车 量是多少？

19

$\tilde{a}$  是某一单行高速立交桥某时段的的车流量示意  $\tilde{a}$ 。



请利用所学线性代数知识，解决问题 K。

- (1) 给出  $\tilde{a}$  中所有流量的表达式。
- (2) 由计算结果说明，路段  $X_2; X_3; X_4; X_5$  中的任意一段都不能封。路段  $X_2; X_3; X_4; X_5$  中任一段需要封施工，都必须封整个立交桥。
- (3) 由计算结果，说明路段  $X_1$  或路段  $X_6$  可以封施工。路段  $X_1$  或路段  $X_6$  封施工时，立交桥可以正常运行。

## 20

某食品厂收到2000kg食品的订单，要求食品中 脂肪5%，% 水化 物12%，蛋白质15%。该厂准 用5种原 配制这种食品，其中每一种原 脂肪、% 水化 物、蛋白质的百分 每千克的成 （元）如 所示：

|       | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 脂肪    | 8     | 6     | 3     | 2     | 4     |
| 碳水化合物 | 5     | 25    | 10    | 15    | 5     |
| 蛋白质   | 15    | 5     | 20    | 10    | 10    |
| 每千克成本 | 4.4   | 2     | 2.4   | 2.8   | 3.2   |

- (1) 用上述五种原 能 能配制2000kg的这种食品？如 能果，那么解释唯一的 ？写出它的所有解。
- (2) 对于第1小 K，写出所花费的成 的 达式， 求每一种原 用多少量时成 最低（有的原 可以 用）。

《线性代数》

应 用 题

数学与统计学

目

应 用 K

## 20(续)

(3) 用 $A_1; A_2; A_3; A_4$ 这4种原 能配制2000kg这种食品 ?  
如果能果, 它的解是唯一的 ? 求出这时所花费的成 。

(4) 用 $A_2; A_3; A_4; A_5$  这4种原 能配制2000kg这种食品 ?

(5) 用 $A_3; A_4; A_5$ 这3种原 能配制2000kg这种食品 ?

*Thank you!*

Author: Ning Qun

Address: School of Mathematics and Statistics  
SuZhou University  
Suzhou, Anhui, 234000, China

Email: [Ning.qun@163.com](mailto:Ning.qun@163.com)