

# 线性 $\hat{e}$

## 第二章：线性方程组

### 习 题 解

宿州学院  $\hat{e}$  学与统计学院



# 目录

① 习题2.1

② 习题2.2

③ 习题2.3



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

## 1. 解



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

1. 解 由题 条件, 内点①的 度满足

$$t_1 = \frac{1}{4}(20 + 10 + t_2 + t_4);$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

1. 解 由题 条件, 内点①的 度满足

$$t_1 = \frac{1}{4}(20 + 10 + t_2 + t_4);$$

内点②的 度满足

$$t_2 = \frac{1}{4}(20 + t_1 + t_3 + t_5);$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

1. 解 由题 条件, 内点①的 度满足

$$t_1 = \frac{1}{4}(20 + 10 + t_2 + t_4);$$

内点②的 度满足

$$t_2 = \frac{1}{4}(20 + t_1 + t_3 + t_5);$$

内点③的 度满足

$$t_3 = \frac{1}{4}(20 + 40 + t_2 + t_6);$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

1. 解 由题 条件, 内点①的 度满足

$$t_1 = \frac{1}{4}(20 + 10 + t_2 + t_4);$$

内点②的 度满足

$$t_2 = \frac{1}{4}(20 + t_1 + t_3 + t_5);$$

内点③的 度满足

$$t_3 = \frac{1}{4}(20 + 40 + t_2 + t_6);$$

内点④的 度满足

$$t_4 = \frac{1}{4}(10 + 30 + t_1 + t_5);$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

内点⑤的 度满足

$$t_5 = \frac{1}{4}(30 + t_2 + t_4 + t_6);$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

内点⑤的 度满足

$$t_5 = \frac{1}{4}(30 + t_2 + t_4 + t_6);$$

内点⑥的 度满足

$$t_6 = \frac{1}{4}(30 + 40 + t_3 + t_5);$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

内点⑤的 度满足

$$t_5 = \frac{1}{4}(30 + t_2 + t_4 + t_6);$$

内点⑥的 度满足

$$t_6 = \frac{1}{4}(30 + 40 + t_3 + t_5);$$

整理后可以得 满足的线性方程组

$$\begin{cases} 4t_1 - t_2 - t_4 & = 30 \\ t_1 - 4t_2 + t_3 + t_5 & = -20 \\ t_2 - 4t_3 + t_6 & = -60 \\ t_1 - 4t_4 + t_5 & = -40 \\ t_2 + t_4 - 4t_5 + t_6 & = -30 \\ t_3 + t_5 - 4t_6 & = -70 \end{cases}$$





习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ -20 \\ -60 \\ -40 \\ -30 \\ -70 \end{pmatrix} :$$

2. 解



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )用矩阵  $L$  «

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ -20 \\ -60 \\ -40 \\ -30 \\ -70 \end{pmatrix} :$$

2. 解 假 在一个周 内, 煤矿的总产值  $x_1$ , 电厂的总产值  $x_2$ , 铁路的总产值  $x_3$ , 依据 衡可以得到

$$\begin{cases} x_1 - (0x_1 + 0.65x_2 + 0.55x_3) & = 5000 \\ x_2 - (0.25x_1 + 0.05x_2 + 0.10x_3) & = 2500 ; \\ x_3 - (0.25x_1 + 0.05x_2 + 0x_3) & = 0 \end{cases}$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

整理后得

$$\begin{cases} x_1 - 0.65x_2 - 0.55x_3 & = 5000 \\ -0.25x_1 + 0.95x_2 - 0.10x_3 & = 2500 \quad ; \\ -0.25x_1 - 0.05x_2 + x_3 & = 0 \end{cases}$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

整理后得

$$\begin{cases} x_1 - 0.65x_2 - 0.55x_3 & = 5000 \\ -0.25x_1 + 0.95x_2 - 0.10x_3 & = 2500 \\ -0.25x_1 - 0.05x_2 + x_3 & = 0 \end{cases};$$

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 2500 \\ 0 \end{pmatrix} :$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

整理后得

$$\begin{cases} x_1 - 0.65x_2 - 0.55x_3 & = 5000 \\ -0.25x_1 + 0.95x_2 - 0.10x_3 & = 2500 \\ -0.25x_1 - 0.05x_2 + x_3 & = 0 \end{cases};$$

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 2500 \\ 0 \end{pmatrix} :$$

3. 解



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

整理后得

$$\begin{cases} x_1 - 0.65x_2 - 0.55x_3 & = 5000 \\ -0.25x_1 + 0.95x_2 - 0.10x_3 & = 2500 \\ -0.25x_1 - 0.05x_2 + x_3 & = 0 \end{cases};$$

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 2500 \\ 0 \end{pmatrix} :$$

3. 解 假 方案乙、Z、丁的楼层分别为  $x_1; x_2; x_3$ , 则

$$\begin{cases} 8x_1 + 8x_2 + 9x_3 & = 116 \\ 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 & = 61 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 & = 68 \end{cases};$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix} :$$









习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix} :$$

4. 解 依据图所 « ,

站A:  $-x_1 - x_2 + x_3 = 0$ , 站B:  $x_1 - x_4 - x_5 = 0$ ,站C:  $-x_3 + x_5 = -20$ ,

习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix} :$$

4. 解 依据图所 « ,

站A:  $-x_1 - x_2 + x_3 = 0$ , 站B:  $x_1 - x_4 - x_5 = 0$ ,

站C:  $-x_3 + x_5 = -20$ , 站D:  $x_2 + x_4 = 20$ .



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )用矩阵  $L$  «

$$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 \\ 61 \\ 68 \end{pmatrix} :$$

4. 解 依据图所 « ,

站A:  $-x_1 - x_2 + x_3 = 0$ , 站B:  $x_1 - x_4 - x_5 = 0$ ,站C:  $-x_3 + x_5 = -20$ , 站D:  $x_2 + x_4 = 20$ .

联立方程

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 & = 0 \\ x_1 - x_4 - x_5 & = 0 \\ -x_3 + x_5 & = -20 \\ x_2 + x_4 & = 20 \end{cases} ;$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \\ 20 \end{pmatrix} :$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

用矩阵 L «

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \\ 20 \end{pmatrix} :$$

5. 解



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )用矩阵  $L$  «

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -20 \\ 20 \end{pmatrix} :$$

5. 解 假  $S_n^4 = f(n) = a_1n + a_2n^2 + a_3n^3 + a_4n^4 + a_5n^5$ , 则

$$\begin{aligned} & f(n) - f(n-1) \\ &= (a_1n + a_2n^2 + a_3n^3 + a_4n^4 + a_5n^5) \\ & \quad - [a_1(n-1) + a_2(n-1)^2 + a_3(n-1)^3 + a_4(n-1)^4 + a_5(n-1)^5] \\ &= (a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5) + (2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5)n \\ & \quad + (3a_3 - 6a_4 + 10a_5)n^2 + (4a_4 - 10a_5)n^3 + 5a_5n^4 \\ &= n^4 \end{aligned}$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

' 较系  $\hat{e}$  , 可以得到

$$\begin{cases} a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 &= 0 \\ 2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5 &= 0 \\ 3a_3 - 6a_4 + 10a_5 &= 0 ; \\ 4a_4 - 10a_5 &= 0 \\ 5a_5 &= 1 \end{cases}$$



习题2.1( $P_{61} - P_{63}$ )

' 较系  $\hat{e}$  , 可以得到

$$\begin{cases} a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 = 0 \\ 2a_2 - 3a_3 + 4a_4 - 5a_5 = 0 \\ 3a_3 - 6a_4 + 10a_5 = 0 ; \\ 4a_4 - 10a_5 = 0 \\ 5a_5 = 1 \end{cases}$$

用矩阵  $L$  «

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} :$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(1) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(1) 解系  $\hat{e}$  矩阵  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(1) 解 系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 30 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & -20 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 & -60 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 & -40 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & -30 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & -70 \end{pmatrix}:$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形(同学们可以  
尝  $\hat{A}$  ；用Mathlab进行计算)

$$\begin{array}{l} \overline{A} \text{ 初等行 C 换} \\ \longrightarrow \end{array} \left( \begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18:70 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23:48 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 28:70 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21:30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 26:52 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 31:30 \end{array} \right) :$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形(同学们可以  
尝  $\hat{A}$  ! 用Mathlab进行计算)

$$\begin{array}{c} \overline{A} \\ \text{初等行 C 换} \\ \longrightarrow \end{array} \left( \begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18:70 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23:48 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 28:70 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21:30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 26:52 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 31:30 \end{array} \right) :$$

所以各内点 度

$$t_1 = 18:70; t_2 = 23:48; t_3 = 28:70; t_4 = 21:30; t_5 = 26:52; t_6 = 31:30:$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(2) 解









习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(2) 解 系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 \\ -0.25 & -0.05 & 1 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -0.65 & -0.55 & 5000 \\ -0.25 & 0.95 & -0.1 & 2500 \\ -0.25 & -0.05 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行变换, 化规范阶梯形(同学们可以尝试  $\bar{A}$  ! 用 Matlab 进行计算)

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 9636.6 \\ 0 & 1 & 0 & 4888.3 \\ 0 & 0 & 1 & 2653.6 \end{pmatrix};$$

所以  $x_1 = 9636.6; x_2 = 4888.3; x_3 = 2653.6.$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(3) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(3) 解系  $\hat{e}$  矩阵  $A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(3) 解系  $\hat{e}$  矩阵  $A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 & 116 \\ 7 & 4 & 3 & 61 \\ 3 & 5 & 6 & 68 \end{pmatrix}:$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(3) 解 系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 & 116 \\ 7 & 4 & 3 & 61 \\ 3 & 5 & 6 & 68 \end{pmatrix}:$

对增广矩阵进行初等行变换, 化规范阶梯形(同学们可以尝试  $\bar{A}$  ; 用Mathlab进行计算)

$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}:$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(3) 解 系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 9 & 116 \\ 7 & 4 & 3 & 61 \\ 3 & 5 & 6 & 68 \end{pmatrix}:$

对增广矩阵进行初等行变换, 化规范阶梯形(同学们可以尝试  $\bar{A}$  ! 用Mathlab进行计算)

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}:$$

所以  $x_1 = 3; x_2 = 7; x_3 = 4.$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(4) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(4) 解系  $\hat{e}$  矩阵  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(4) 解 系  $\hat{e}$  矩阵  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -20 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 20 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

1.(4) 解 系  $\hat{e}$  矩阵  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -20 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 20 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$\bar{A}$  初等行 C 换  $\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

$$\text{所以} \begin{cases} x_1 = x_4 + x_5 \\ x_2 = 20 - x_4 \\ x_3 = 20 + x_5 \end{cases}, \quad \text{中, } x_4; x_5 \text{ 自由 知量.}$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

$$\text{所以} \begin{cases} x_1 = x_4 + x_5 \\ x_2 = 20 - x_4 \\ x_3 = 20 + x_5 \end{cases}, \quad \text{中, } x_4; x_5 \text{ 自由 知量.}$$

1.(5) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

$$\text{所以} \begin{cases} x_1 = x_4 + x_5 \\ x_2 = 20 - x_4 \\ x_3 = 20 + x_5 \end{cases}, \quad \text{中, } x_4, x_5 \text{ 自由 知量.}$$

1.(5) 解 系  $\hat{e}$  矩阵



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

$$\text{所以} \begin{cases} x_1 = x_4 + x_5 \\ x_2 = 20 - x_4 \\ x_3 = 20 + x_5 \end{cases}, \quad \text{中, } x_4, x_5 \text{ 自由 知量.}$$

$$1.(5) \text{ 解 系 } \hat{e} \text{ 矩阵 } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{增广矩阵 } \bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} :$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形(同学们可以  
尝 Á ；用Mathlab进行计算)

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{30} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} :$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形(同学们可以  
尝 Á ; 用Mathlab进行计算)

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{30} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} :$$

所以 $a_1 = -\frac{1}{30}$ ;  $a_2 = 0$ ;  $a_3 = \frac{1}{3}$ ;  $a_4 = \frac{1}{2}$ ;  $a_5 = \frac{1}{5}$ .



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形(同学们可以  
尝 Á ; 用Mathlab进行计算)

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{30} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix} :$$

所以 $a_1 = -\frac{1}{30}$ ;  $a_2 = 0$ ;  $a_3 = \frac{1}{3}$ ;  $a_4 = \frac{1}{2}$ ;  $a_5 = \frac{1}{5}$ .

求和公<sup>a</sup>  $S_n^4 = -\frac{1}{30}n + \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^4 + \frac{1}{5}n^5$ .



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(1) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(1) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -13 & -6 \end{pmatrix};$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(1) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -13 & -6 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(1) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -13 & -6 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 规范阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} : \text{方程组有 一解} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \end{cases} :$$





习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(2) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(2) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(2) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$\bar{A}$  初等行 C 换  $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}:$

方程组有 无穷多解  $\begin{cases} x_1 = 6 - 2x_3 - 2x_4 - 6x_5 \\ x_2 = -4 + x_3 + x_4 + 5x_5 \end{cases},$

中,  $x_3; x_4; x_5$  自由 知量.



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(3) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(3) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix};$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(3) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}:$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(3) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵进行初等行 C 换，化 阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}:$$

最后一列有主元，所以方程组 解.



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(4) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(4) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix};$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(4) 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}:$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

## 2.(4) 解 方程组的增广矩阵

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

方程组有 无穷多解  $\begin{cases} x_1 = 3 - x_3 + x_4 \\ x_2 = -4 + x_3 + x_4 \end{cases}$ , 中,  $x_3; x_4$

自由 知量.



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(5) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(5) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & -1 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(5) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & -1 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$$\begin{array}{l} \bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{15}{7} & \frac{28}{7} \\ 0 & 1 & \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} : \end{array}$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(5) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & -1 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 规范阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{15}{7} & \frac{28}{7} \\ 0 & 1 & \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}:$$

方程组有 无穷多解  $\begin{cases} x_1 = \frac{28}{7} - \frac{15}{7}x_3 \\ x_2 = -\frac{1}{7} - \frac{5}{7}x_3 \end{cases},$  中,  $x_3$  自由

知量.



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(6) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(6) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & 1 \end{pmatrix};$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(6) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & 1 \end{pmatrix}$  □  
□



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

2.(6) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 7 \\ -1 & 12 & 7 & -5 \\ 1 & 16 & 13 & 1 \end{pmatrix};$

对增广矩阵进行初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{15}{7} & \frac{28}{7} \\ 0 & 1 & \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}:$$

最后一列出现了主元, 方程组 解.



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

3.(1) 解



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

3.(1) 解 以 $x_i$ 记投给 $A_i$ 的资金( $i = 1; 2; 3$ ), 则依据题意可得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ 2x_1 - x_2 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

3.(1) 解 以 $x_i$ 记投给 $A_i$ 的资金( $i = 1; 2; 3$ ), 则依据题意可得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ 2x_1 - x_2 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

用矩阵  $L \ll$

$$AX = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0.12 & 0.15 & 0.22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = b,$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

3.(1) 解 以 $x_i$ 记投给 $A_i$ 的资金( $i = 1; 2; 3$ ), 则依据题意可得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ 2x_1 - x_2 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

用矩阵 L «

$$AX = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0.12 & 0.15 & 0.22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = b,$$

若A可逆, 则 $X = A^{-1}b$ , 利用matlab可求

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix};$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix} :$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix} :$$

(2) 若投 $A_3$ 的钱为 $A_1$ 与 $A_2$ 的和, 则依题意, 得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix} :$$

(2) 若投 $A_3$ 的钱为 $A_1$ 与 $A_2$ 的和, 则依题意, 得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

利用(1)的方法计算得  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 \\ 1000 \\ 500 \end{pmatrix},$



习题2.2( $P_{63} - P_{64}$ )

所以

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{11}{12} & \frac{7}{24} & -\frac{25}{6} \\ \frac{11}{6} & -\frac{5}{12} & -\frac{25}{3} \\ -\frac{7}{4} & \frac{1}{8} & \frac{25}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{250}{5} \\ \frac{500}{3} \\ 750 \end{pmatrix} :$$

(2) 若投 $A_3$ 的钱为 $A_1$ 与 $A_2$ 的和, 则依题意, 得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 1000 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 0 \\ 0.12x_1 + 0.15x_2 + 0.22x_3 & = 200 \end{cases}$$

利用(1)的方法计算得  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 \\ 1000 \\ 500 \end{pmatrix},$

显然 方案不合题意, 实际问题无解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 1. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 1. 解方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & a_4 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 1. 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & a_4 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形矩阵

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \end{pmatrix}:$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 1. 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & a_4 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形矩阵

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \end{pmatrix}:$$

显然, 方程组有解  $\Leftrightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$ .



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

在 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$ 下，对增广矩阵进行初等行变换，化简为规范形

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -a_1 - a_2 - a_3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & a_2 + a_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} :$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

在 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$ 下, 对增广矩阵进行初等行变换, 化规范形

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -a_1 - a_2 - a_3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & a_2 + a_3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} :$$

方程组有无穷多解  $\begin{cases} x_1 = -a_1 - a_2 - a_3 - x_4 \\ x_2 = a_2 + a_3 + x_4 \\ x_3 = -a_3 - x_4 \end{cases}$ , 中,  $x_4$  为

自由变量.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

2. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 2. 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 & 3 \\ 1 & a & -2 & 0 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 2. 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 & 3 \\ 1 & a & -2 & 0 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵  $\overline{A}$  - 初等行变换, 化 阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -a & -1 \\ 0 & 0 & (a+1)(a-3) & a-3 \end{pmatrix}:$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 2. 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 & 3 \\ 1 & a & -2 & 0 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵  $\overline{A}$  - 初等行变换, 化 阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -a & -1 \\ 0 & 0 & (a+1)(a-3) & a-3 \end{pmatrix}:$$

方程组 解, 当且仅当  $\begin{cases} (a+1)(a-3) = 0 \\ a-3 \neq 0 \end{cases}$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

## 2. 解 方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 & 3 \\ 1 & a & -2 & 0 \end{pmatrix};$$

对增广矩阵  $\overline{A}$  - 初等行变换, 化 阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -a & -1 \\ 0 & 0 & (a+1)(a-3) & a-3 \end{pmatrix}:$$

方程组 解, 当且仅当  $\begin{cases} (a+1)(a-3) = 0 \\ a-3 \neq 0 \end{cases}$

所以方程组 解, 则  $a = -1$ .





习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

3. 解 联立方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 &= 0 \\ x_2 - x_4 &= 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \end{cases}$$







习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

4. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

4. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & 1 \\ 1 & 1 & & 2 \end{pmatrix},$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

4. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & 1 & \\ 1 & 1 & & 2 \end{pmatrix}$ , 对方程组

的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & & 2 \\ 0 & -1 & 1 & - & & - & 2 \\ 0 & 0 & 2 & - & - & 2 & 1 + - & 2 - & 3 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

4. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & 1 & \\ 1 & 1 & & 2 \end{pmatrix}$ , 对方程组

的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & & 2 \\ 0 & -1 & 1 & - & & - & 2 \\ 0 & 0 & 2 & - & - & 2 & 1 + - & 2 - & 3 \end{pmatrix};$$

(1) 当  $\neq 1$  且  $\neq -2$  时, 增广矩阵有三个主元, 且最后一列主元, 这 3 方程组有 一解;



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

4. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & & 1 \\ 1 & 1 & \end{pmatrix}$ , 对方程组

的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & & 2 \\ 0 & -1 & 1 & - & & - & 2 \\ 0 & 0 & 2 & - & - & 2 & 1 + - & 2 - & 3 \end{pmatrix};$$

(1) 当  $\neq 1$  且  $\neq -2$  时, 增广矩阵有三个主元, 且最后一列主元, 这  $\ddot{\text{z}}$  方程组有 一解;

(2) 当  $= -2$  时, 增广矩阵有三个主元, 但最后一列有主元, 这  $\ddot{\text{z}}$  方程组 解;



的增广矩阵  $\phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行C换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & & & & \\ 0 & -1 & 1 & & & & & & \\ 0 & 0 & 2 & - & - & 2 & 1 + & - & 2 - & 3 \end{pmatrix};$$

(3)当  $\lambda = 1$  时, 增广矩阵有一个主元, 且最后一列 主元, 这  $\lambda$  方程组有 无穷多解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

5. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

5. 解 线性方程组的系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

5. 解 线性方程组的系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

对系数矩阵进行初等行变换, 化阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1+2k \\ 0 & 0 & k^2+k-2 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

5. 解 线性方程组的系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

对系数矩阵进行初等行变换, 化阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1+2k \\ 0 & 0 & k^2+k-2 \end{pmatrix};$$

当  $k = -2$  或者  $k = 1$  时, 系数矩阵有两个主元, 个数小于未知量个数, 方程组 有非零解;



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

5. 解 线性方程组的系数矩阵  $A = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,

对系数矩阵进行初等行变换, 化阶梯形

$$A \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1+2k \\ 0 & 0 & k^2+k-2 \end{pmatrix};$$

当  $k = -2$  或者  $k = 1$  时, 系数矩阵有两个主元, 个数小于未知量个数, 方程组有非零解;

当  $k \neq -2$  且  $k \neq 1$  时, 系数矩阵有三个主元, 个数等于未知量个数, 方程组仅有零解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix},$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix},$

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix},$

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix};$$

当  $a = 1$  时,  $\bar{A}$  有一个主元且最后一列 主元, 方程组有 无穷多解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix};$$

当  $a = 1$  时,  $\bar{A}$  有一个主元且最后一列 主元, 方程组有 无穷多解. 这时方程组同解于  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ , 通解  $x_1 = 1 - x_2 - x_3$ ; 中  $x_2, x_3$  自由 知量.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix};$$

当  $a = 1$  时,  $\bar{A}$  有一个主元且最后一列 主元, 方程组有 无穷多解. 这时方程组同解于  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ , 通解  $x_1 = 1 - x_2 - x_3$ ; 中  $x_2, x_3$  自由 知量.

当  $a \neq 1$  时,  $\bar{A}$  有三个主元且最后一列 主元, 方程组有一解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

6.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix};$$

当  $a = 1$  时,  $\bar{A}$  有一个主元且最后一列 主元, 方程组有 无穷多解. 这时方程组同解于  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ , 通解  $x_1 = 1 - x_2 - x_3$ ; 中  $x_2, x_3$  自由 知量.

当  $a \neq 1$  时,  $\bar{A}$  有三个主元且最后一列 主元, 方程组有一解. 对  $\bar{A}$  再进一 初等行 C 换, 化 规范形



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & a+2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & a+2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

方程组有 一解  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = a+2 \\ x_3 = -1 \end{cases}.$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

(



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1-a & 1-a & 1-a^2 \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等行变换}}$$

习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 可以化

$$\overline{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b+4 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 可以化

$$\begin{array}{l} \overline{A} \text{ 初等行 C 换} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b+4 \end{pmatrix};$$

当  $a = 1$  且  $b = -4$  时, 方程有 无穷多解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 可以化

$$\begin{array}{l} \overline{A} \text{ 初等行 C 换} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b+4 \end{pmatrix};$$

当  $a = 1$  且  $b = -4$  时, 方程有 无穷多解.

$$\text{通解} \quad \begin{cases} x_1 = -4x_4 \\ x_2 = 1 + x_3 + x_4 \end{cases}, \quad \text{中 } x_3, x_4 \text{ 自由 知量.}$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

7.(1) 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

7.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 10 & -4 & 3 \end{pmatrix},$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

7.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 10 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\bar{A}$  作初等行变换, 化 为 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

方程组有 一解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

7.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 10 & -4 & 3 \end{pmatrix},$

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\begin{array}{l} \bar{A} \text{ 初等行 C 换} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

方程组有 一解.

7.(2) 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

7.(1) 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 10 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

方程组有 一解.

7.(2) 解 将第三个方程中的常  $\hat{e}$  项改  $\emptyset$  等于3的  $\hat{e}$ , 方程组都会 解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

8. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

8. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & \end{pmatrix},$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

8. 解方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\bar{A}$  作初等行变换, 化阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & -4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

8. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\bar{A}$  作初等行变换, 化 为阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & -4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

(1) 取任何值  $\lambda$ , 方程组都可能有 一解;  $\lambda = 1$  时, 方程组有 无穷多解;  $\lambda \neq 1$  时, 方程组 无解;



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

8. 解 方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & \end{pmatrix}$ ,

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & -4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

(1) 取任何值  $\lambda$ , 方程组都可能有 一解;  $\lambda = 1$  时, 方程组有 无穷多解;  $\lambda \neq 1$  时, 方程组 解;

(2)  $\lambda = 1$  时的通解  $\begin{cases} x_1 = \frac{5}{3} - x_3 + \frac{1}{3}x_4 \\ x_2 = \frac{7}{3} - \frac{4}{3}x_4 \end{cases}$ , 中  $x_3, x_4$

自由 知量.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

9. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

9. 解方程组的增广矩阵  $\overline{A} = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix},$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

9. 解方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 4 \\ 1 & b & 1 & 3 \\ 1 & 2b & 1 & 4 \end{pmatrix},$

对方程组的增广矩阵  $\Phi$  - 初等行 C 换, 化 阶梯形

$$\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & b & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1-a & 4-2a \\ 0 & 0 & -b(1-a) & 1-b(4-2a) \end{pmatrix};$$





习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

10. 解



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

10. 解 联立线性方程组 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_3 + ax_3 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= a - 1 \end{cases},$$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

10. 解 联立线性方程组 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_3 + ax_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1 \end{cases},$$

联立方程组的增广矩阵  $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & a & 0 \\ 1 & 4 & a^2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & a-1 \end{pmatrix},$

初等行 C 换  $\bar{A} \xrightarrow{\text{初等行 C 换}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a-1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-a & a-1 \\ 0 & 0 & 0 & (a-1)(a-2) \end{pmatrix},$



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

当 $a = 1$  时，联立方程组有解，即所给定方程有公共解.



习题2.3( $P_{64} - P_{66}$ )

当 $a = 1$  时，联立方程组有解，即所给定方程有公共解.

$$a = 1 \text{ 时，公共解 } \begin{cases} x_1 = -x_3 \\ x_2 = 0 \end{cases}, x_3 \text{ 自由 变量.}$$



*Thank you!*

Author: Ning Qun

Address: School of Mathematics and Statistics  
SuZhou University  
Suzhou, Anhui, 234000, China

Email: [Ning.qun@163.com](mailto:Ning.qun@163.com)

