

目录

1 1.3 阵的逆



1.3 阵的逆

例1.4 某公司有A;B两种 品销往甲、乙两地，现公司汇总了 品的总销量、总价值、总利 表1.9，其 位分别为吨、万元.

表 1.9 产品销售量、总价值与总利润

产品 \ 销地	甲	乙	总价值	总利润
A	200	240	600	68
B	350	300	870	95

求：A;B两种 品的 位价格与 位利 .



1.3 阵的逆

例1.4 某公司有A;B两种 品销往甲、乙两地，现公司汇总了 品的总销量、总价值、总利 表1.9，其 位分别为吨、万元.

表 1.9 产品销售量、总价值与总利润

产品 \ 销地	甲	乙	总价值	总利润
A	200	240	600	68
B	350	300	870	95

求：A;B两种 品的 位价格与 位利 .

设 品销往甲、乙两地的 位价格分别为 c_{11} 、 c_{21} ， 位利分别为 c_{12} 、 c_{22} ，则



1.3 阵的逆

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l} \text{\\} \\ \text{\\} \\ \text{\\} \end{array} \\
 \begin{array}{l} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \\ 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{array}
 \end{array}
 ;$$



1.3 阵的逆

$$\begin{array}{rcl}
 \begin{array}{l} \text{第1行} \\ \text{第2行} \end{array} & \begin{array}{l} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \end{array} & ; \\
 \begin{array}{l} \text{第1列} \\ \text{第2列} \end{array} & \begin{array}{l} 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{array} & ;
 \end{array}$$

即,

$$\begin{array}{cc|cc|cc}
 200 & 240 & c_{11} & c_{12} & 600 & 68 \\
 350 & 300 & c_{21} & c_{22} & 870 & 95
 \end{array} =$$



1.3 阵的逆

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} \text{8} \\ \text{8} \\ \text{8} \\ \text{8} \end{matrix} \begin{matrix} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \\ 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{matrix} ; \\
 \text{即, } & \begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix} ; \\
 \text{记 } K = & \begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix} ; L = \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix} ; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



1.3 阵的逆

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l} \text{\\} \\ \text{\\} \\ \text{\\} \end{array} \begin{array}{l} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \\ 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{array} ;
 \end{array}$$

$$\text{即, } \begin{array}{cc|cc} 200 & 240 & c_{11} & c_{12} \\ 350 & 300 & c_{21} & c_{22} \end{array} = \begin{array}{cc} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{array}$$

$$\text{记 } K = \begin{array}{cc} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{array} ; L = \begin{array}{cc} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{array} ; C = \begin{array}{cc} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{array}$$

由 阵的 法, 述关系可表述为 $KC = L$.



1.3 阵的逆

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l} \text{\\} \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{\\} \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{\\} \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{\\} \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\
 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \\
 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\
 350c_{12} + 300c_{22} = 95
 \end{array}
 ;$$

$$\text{即, } \begin{array}{cc} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{array} \begin{array}{cc} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{array} = \begin{array}{cc} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{array}$$

$$\text{记 } K = \begin{array}{cc} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{array}; L = \begin{array}{cc} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{array}; C = \begin{array}{cc} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{array}$$

由 阵的 法, 述关系可 表述为 $KC = L$.

问题转化为 阵方 问题: 知 阵 K 、 L , 求 阵 C , 使其满足 $KC = L$.



1.3 阵的逆

按照方S的想法，阵可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，两边同“ $\emptyset$
 $\pm$ ”阵 K ，则可 $\pm$ 得到阵 C .



1.3 阵的逆

按照方S的想法，阵可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，两边同“ $\emptyset$
 $\pm$ ”阵 K ，则可 $\pm$ 得到阵 C 。

但，⑧知道了阵的 $\mid$ 法不满足消律和交换律，即，不是所有的阵都可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，自的问题是：满足什么条件的阵才可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”？



1.3 阵的逆

按照方S的想法，阵可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，两边同“ $\emptyset \pm$ ”阵 K ，则可 $\pm$ 得到阵 C 。

但，⑧知道了阵的 $\mid$ 法不满足消律和交换律，即，不是所有的阵都可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，自的问题是：满足什么条件的阵才可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”？

⑧熟知的数的运算中， $\emptyset \pm \sim$ 个数等于 $\mid$ 这个数的倒数，而非零数 a 与其倒数 $\frac{1}{a}$ 满足 $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ 。



1.3 阵的逆

按照方S的想法，阵可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，两边同“ $\emptyset \pm$ ”阵 K ，则可 $\pm$ 得到阵 C 。

但，⑧知道了阵的 $\vdash$ 法不满足消律和交换律，即，不是所有的阵都可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，自的问题是：满足什么条件的阵才可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”？

⑧熟知的数的运算中， $\emptyset \pm \sim$ 个数等于 $\vdash$ 这个数的倒数，而非零数 a 与其倒数 $\frac{1}{a}$ 满足 $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ 。

而在阵的 $\vdash$ 法中， $\cup$ 位阵 I_m 有数的运算中1的特征，即， ζ 的阵 $A \in F^{m \times n}$ ，都有 $I_m A = A = A I_n$ 。



1.3 阵的逆

按照方S的想法，阵可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，两边同“ $\emptyset \pm$ ”阵 K ，则可 $\pm$ 得到阵 C 。

但，⑧知道了阵的 $|$ 法不满足消律和交换律，即，不是所有的阵都可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”，自的问题是：满足什么条件的阵才可 $\pm$ 做“ $\emptyset$ 法”？

⑧熟知的数的运算中， $\emptyset \pm \sim$ 个数等于 $|$ 这个数的倒数，而非零数 a 与其倒数 $\frac{1}{a}$ 满足 $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ 。

而在阵的 $|$ 法中， $\emptyset$ 位阵 I_m 有数的运算中1的特征，即， ζ 的阵 $A \in F^{m \times n}$ ，都有 $I_m A = A = A I_n$ 。

自的想法是： ζ 的阵 A ，能否找到阵 B ，满足

$$AB = BA = I_n$$



1.3 阵的逆

定 $\hat{A}$ 1.6



1.3 阵的逆

定 $\hat{A} 1.6$ 设 A 是 n 个 阵, B 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.



1.3 阵的逆

定 $\hat{A}$ 1.6 设 A 是 n 个 阵, B 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.



1.3 阵的逆

定 1.6 设 A 是 n 个 阵, B 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 A 为方阵.

由 $AB = BA = I_n$ 及 结合 法规则, 可逆 阵只能是方阵.



1.3 阵的逆

定 1.6 设 A 是 n 个 阵, B 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为 **可逆 阵**, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 A 为方阵.

由 $AB = BA = I_n$ 及 结合 法规则, 可逆 阵只能是方阵.

方阵是不是 一定可逆?



1.3 阵的逆

定 1.6 设 A 是 n 个 阵, B 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 A 为方阵.

由 $AB = BA = I_n$ 及 结合 法规则, 可逆 阵只能是方阵.

方阵是不是 一定可逆?

例 : 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 是 一个 2×2 方阵,



1.3 阵的逆

定 $\hat{A} 1.6$ 设 A 是 n 个 阵, $\bullet$ 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 A 为方阵.

由 $AB = BA = I_n$ 及 法 1 可证 A^{-1} 为 A 的逆阵.



1.3 阵的逆

定 1.6 设 A 是 n 个 阵, B 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 A 为方阵.

由 $AB = BA = I_n$ 及 结合 法规则, 可逆 阵只能是方阵.

方阵是不是 一定可逆?

例 : 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 是 一个 2×2 方阵, 则 它的 2×2 方阵

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}, \text{ 都有}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 & c_{11} & c_{12} \\ 0 & 0 & c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

定 $\hat{A} 1.6$ 设 A 是 n 个 阵, $\bullet$ 在 阵 B , 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 A 为可逆 阵, B 为 A 逆 阵, 记作 $B = A^{-1}$.

即, 阵 A 可逆时, 有 $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 A 为方阵.

由 $AB = BA = I_n$ 及 法 1 可证 A^{-1} 为 A 的逆阵.



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵，即不是所有的方阵都可逆。



1.3 阵的逆

显 然， AC 不可能是 n 阶 阵，即，不存在 阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以 阵 A 不是可逆 阵，即不是所有的方阵都可逆。

问题是：什么样的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 $B_1; B_2$ 是 阵 A 的逆 阵，



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 $B_1; B_2$ 是 阵 A 的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I;$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 $B_1; B_2$ 是 阵 A 的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 $B_1; B_2$ 是 阵 A 的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

1 而 $B_1 =$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 $B_1; B_2$ 是 阵 A 的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1 I =$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不 $\bullet$ 在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 n 的方阵才可逆？可逆阵的逆阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆阵唯一；

假设 B_1, B_2 是阵 A 的逆阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1I = B_1(AB_2) =$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 B_1, B_2 是 阵 A 的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 =$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么样的方阵才可逆？可逆阵的逆阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆阵唯一；

假设 B_1, B_2 是阵 A 的逆阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 =$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆 阵唯一；

假设 $B_1; B_2$ 是 阵 A 的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 = B_2,$$



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵。即不是所有的方阵都可逆。

问题是：什么阵的方阵才可逆？可逆阵的逆阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆阵唯一；

假设 B_1, B_2 是阵 A 的逆阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 = B_2,$$

所以阵 A 的逆阵唯一。



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不存在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。



所以阵 A 不是可逆阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？



1.3 阵的逆

显， AC 不可能是 n 位阵，即，不 $\bullet$ 在阵 B ，使得 $AB = BA = I_n$ 成立。

所以阵 A 不是可逆阵。即不是所有的方阵都可逆。

问题是：什么 $\bullet$ 的方阵才可逆？可逆阵的逆阵怎么求？

(1) 阵 A 可逆，则 A 的逆阵唯一；

假设 B_1, B_2 是阵 A 的逆阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; AB_2 = B_2A = I,$$

$$1 \text{ 而 } B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 = B_2,$$

所以阵 A 的逆阵唯一。

(2) 设 A 是可逆阵，则 $A^{-1} \bullet$ 是可逆阵，且 $(A^{-1})^{-1} = A$

(3) 设 A 是可逆阵， k 是非零数，则 $kA \bullet$ 是可逆阵，

$$\text{且 } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆 阵, 且 $A^{-1} = B$, 只 算 AB 、 BA
是 n 位 阵.



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的加法及数乘运算的性质, 则
 $(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) =$



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) =$$


1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$

(4) 设 A 是可逆阵, 则 A^t 是可逆阵,
且 $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$

(4) 设 A 是可逆阵, 则 A^t 是可逆阵,
且 $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

即, A 可逆, 则 A^t 可逆, 且转置的逆等于逆的转置.



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$

(4) 设 A 是可逆阵, 则 A^t 是可逆阵,
且 $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

即, A 可逆, 则 A^t 可逆, 且转置的逆等于逆的转置.

(5) 设 A 、 B 是两个同阶可逆阵, 则 AB 是可逆阵,
且 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$

(4) 设 A 是可逆阵, 则 A^t 是可逆阵,
且 $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

即, A 可逆, 则 A^t 可逆, 且转置的逆等于逆的转置.

(5) 设 A 、 B 是两个同阶可逆阵, 则 AB 是可逆阵,
且 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

由阵乘法的合律, 则



1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$

(4) 设 A 是可逆阵, 则 A^t 是可逆阵,
且 $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

即, A 可逆, 则 A^t 可逆, 且转置的逆等于逆的转置.

(5) 设 A 、 B 是两个同阶可逆阵, 则 AB 是可逆阵,
且 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

由阵乘法的合律, 则

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AIA^{-1} = AA^{-1} = I;$$

$$(B^{-1}A^{-1})(AB) =$$





1.3 阵的逆

证 阵 A 是可逆阵, 且 $A^{-1} = B$, 只计算 AB 、 BA 是单位阵.

由阵的乘法及数乘运算的性质, 则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{-1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{-1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{-1})(kA),$$

$$\text{所以, } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}.$$

(4) 设 A 是可逆阵, 则 A^t 是可逆阵,
且 $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

即, A 可逆, 则 A^t 可逆, 且转置的逆等于逆的转置.

(5) 设 A 、 B 是两个同阶可逆阵, 则 AB 是可逆阵,
且 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

由阵乘法的合律, 则

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AIA^{-1} = AA^{-1} = I;$$

$$(B^{-1}A^{-1})(AB) = B^{-1}(A^{-1}A)B = B^{-1}IB = B^{-1}B = I.$$



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵 A 及阵逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵及其逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}!$$



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵及其逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}!$$

在 $KC = L$ 的两侧同时“左!” K^{-1} , 即 $K^{-1}(KC) = K^{-1}L$, 得 $C = K^{-1}L$.



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵及其逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}!$$

在 $KC = L$ 的两侧同时“左!” K^{-1} , 即 $K^{-1}(KC) = K^{-1}L$, 得 $C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L$$



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵及其逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}$$

在 $KC = L$ 的两侧同时“左!” K^{-1} , 即 $K^{-1}(KC) = K^{-1}L$, 得 $C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵及其逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}$$

在 $KC = L$ 的两侧同时“左!” K^{-1} , 即 $K^{-1}(KC) = K^{-1}L$, 得 $C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1:2 & 0:1 \\ 1:5 & 0:2 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

下面给一些可逆阵及其逆的应用例子.

在例1.4中, 阵 K 是可逆阵, 可直接证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}$$

在 $KC = L$ 的两侧同时“左乘” K^{-1} , 即 $K^{-1}(KC) = K^{-1}L$, 得 $C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1:2 & 0:1 \\ 1:5 & 0:2 \end{pmatrix}$$

即, 销往甲地的单位价格为1:2, 单位利润为0:1, 销往乙地的单位价格为1:5, 单位利润为0:2.



1.3 阵的逆

例1.5 计算 证, 下列 阵都是可逆 阵, 且逆 阵为相应的给定 阵.



1.3 阵的逆

例1.5 计算 证, 下列 阵都是可逆 阵, 且逆 阵为相应的给定 阵.

(1) 设 K 是由非零数 k 所 定的 $n \times n$ 数量 阵,



1.3 阵的逆

例1.5 计算 证, 下列 阵都是可逆 阵, 且逆 阵为相应的给定 阵.

(1) 设 K 是由非零数 k 所 定的 $n \times n$ 数量 阵, 即

$$K = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k & \cdots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & k & \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

例1.5 计算 证, 下列 阵都是可逆 阵, 且逆 阵为相应的给定 阵.

(1) 设 K 是由非零数 k 所 定的 $n \times n$ 逆



1.3 阵的逆

例1.5 计算 证, 下列 阵都是可逆 阵, 且逆 阵为相应的给定 阵.

(1) 设 K 是由非零数 k 所 定的 $n \times n$ 逆



1.3 阵的逆

特别地， n 位 阵 I 是可逆 阵，且 $I^{-1} = I$.



1.3 阵的逆

特别地, n 阶单位阵 I 是可逆阵, 且 $I^{-1} = I$.

(2) 设 $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} B \\ C \\ A \end{matrix}$,



1.3 阵的逆

特别地， n 阶单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

(2) 设 $P_1 = \begin{pmatrix} B & C \\ 0 & A \end{pmatrix}$ ，则 $P_1^{-1} = \begin{pmatrix} B & C \\ 0 & A \end{pmatrix} = P_1$ ，



1.3 阵的逆

特别地, n 阶单位阵 I 是可逆阵, 且 $I^{-1} = I$.

(2) 设 $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1$,

即, $P_1^2 = I_3$;



1.3 阵的逆

特别地， n 阶单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

$$(2) \text{ 设 } P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A, \text{ 则 } P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A = P_1,$$

即， $P_1^2 = I_3$;

有 P_1 这种性质的阵， P_1 为对合阵.



1.3 阵的逆

特别地，单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

$$(2) \text{ 设 } P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A, \text{ 则 } P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A = P_1,$$

即, $P_1^2 = I_3$;

有 P_1 这种性质的阵, P_1 为对合阵.

即, $A^{-1} = A$, 是 $A^2 = I$, A 是对合阵.



1.3 阵的逆

特别地，单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

$$(2) \text{ 设 } P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A, \text{ 则 } P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A = P_1,$$

即， $P_1^2 = I_3$;

有 P_1 这种性质的阵， P_1 为对合阵。

即， $A^{-1} = A$ ， $A^2 = I$ ， A 是对合阵。

下列阵都是“对合阵”



1.3 阵的逆

特别地，单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

$$(2) \text{ 设 } P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A, \text{ 则 } P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A = P_1,$$

即, $P_1^2 = I_3$;

有 P_1 这种性质的阵, P_1 为对合阵.

即, $A^{-1} = A$, $A^2 = I$, A 是对合阵.

下列阵都是“对合阵”

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$



1.3 阵的逆

特别地，单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

(2) 设 $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，则 $P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1$ ，

即， $P_1^2 = I_3$ ；

有 P_1 这种性质的阵， P_1 为对合阵。

即， $A^{-1} = A$ ， $A^2 = I$ ， A 是对合阵。

下列阵都是“对合阵”

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$



1.3 阵的逆

特别地，单位阵 I 是可逆阵，且 $I^{-1} = I$

$$(2) \text{ 设 } P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A, \text{ 则 } P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A = P_1,$$

即, $P_1^2 = I_3$;

有 P_1 这种性质的阵, 称为对合阵.

即, $A^{-1} = A$, 且 $A^2 = I$, 称为对合阵.

下列阵都是“对合阵”

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; P_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; P_4 = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$



1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; P_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; P_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

都是可逆 阵，且



1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

都是可逆阵，且

$$P_5^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$



1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

都是可逆阵，且

$$P_5^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; P_6^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

例1.6 设有 n 元线性方程组

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases}$$


1.3 阵的逆

例1.6 设有 元 ~ g 线性方 s 组

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

我们 U 阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

例1.6 设有 元 $\sim$ g 线性方 $\S$ 组

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

我们 $\cup$ 阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

利用 阵的相等关系和 $\mid$ 法, 元 $\sim$ g 线性方 $\S$ 组可 $\pm$ 表
 $\alpha AX = b$, 即线性方 $\S$ 组可 $\pm$ 用 阵的 $\mid$ 法表示为



1.3 阵的逆

例1.6 设有 元 ~ g 线性方 § 组

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

我们 U 阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

利用 阵的相等关系和 | 法, 元 ~ g 线性方 § 组可 ± 表

为 $AX = b$, 即线性方 § 组可 ± 用 阵的 | 法表示为

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

立. 而 述线性方程组, 是求 阵 X , 使得 $AX = b$ 成立.



1.3 阵的逆

而 述线性方程组， 是求 阵 X ，使得 $AX = b$ 成立。这里， A 是可逆 阵，且利用 Matlab 可 计算 A^{-1}



1.3 阵的逆

而述线性方程组，是求阵 X ，使得 $AX = b$ 成立。这里， A 是可逆阵，且利用Matlab可计算 A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

而 述线性方程组， 是求 阵 X ，使得 $AX = b$ 成立。这里， A 是可逆 阵，且利用 Matlab 可 计算 A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在 $AX = b$ 的两边同时 “左乘” A^{-1} ，有



1.3 阵的逆

而述线性方程组，是求阵 X ，使得 $AX = b$ 成立。这里， A 是可逆阵，且利用Matlab可计算 A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在 $AX = b$ 的两边同时“左乘” A^{-1} ，有

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

而述线性方程组，是求阵 X ，使得 $AX = b$ 成立。这里， A 是可逆阵，且利用Matlab可计算 A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在 $AX = b$ 的两边同时“左乘” A^{-1} ，有

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



1.3 阵的逆

而 述线性方程组， 是求 阵 X ，使得 $AX = b$ 成立。这里， A 是可逆 阵，且利用 Matlab 可 计算 A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在 $AX = b$ 的两边同时 “左乘” A^{-1} ，有

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

得 $AX = b$ ，即， $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 是方程组的。



