目录

1.3 阵的逆

例1.4 某公司有$A; B$两种　品销往甲、¯两地，现公司汇总Ñ了　品的总销量、总价值、总利　　表1.9，其ü位分别为吨、万元.

表 1.9 产品销售量、总价值与总利润

产品\销地	甲	乙	总价值	总利润
A	200	240	600	68
B	350	300	870	95

求：$A; B$两种　品的ü位价格与ü位利　.

1.3　阵的逆

例1.4 某公司有$A; B$两种　品销往甲、¯两地，现公司汇总Ñ了　品的总销量、总价值、总利　　表1.9，其ü位分别为吨、万元.

表 1.9　产品销售量、总价值与总利润

产品＼销地	甲	乙	总价值	总利润
A	200	240	600	68
B	350	300	870	95

求：$A; B$两种　品的ü位价格与ü位利　.

设　品销往甲、¯两地的ü位价格分别为c_{11}、c_{21}，ü位利　分别为c_{12}、c_{22}，则

1.3 阵的逆

$$\begin{cases} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \end{cases}; \quad \begin{cases} 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{cases}$$

1.3 阵的逆

$$\begin{cases} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{cases}$$

即，
$$\begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

$$\begin{cases} 200c_{11} + 240c_{21} = 600 \\ 350c_{11} + 300c_{21} = 870 \end{cases}; \quad \begin{cases} 200c_{12} + 240c_{22} = 68 \\ 350c_{12} + 300c_{22} = 95 \end{cases}$$

即，
$$\begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$$

记$K = \begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix}$; $L = \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$

1.3 阵的逆

$$\begin{cases} 200c_{11}+240c_{21}=600 \\ 350c_{11}+300c_{21}=870 \end{cases};\quad \begin{cases} 200c_{12}+240c_{22}=68 \\ 350c_{12}+300c_{22}=95 \end{cases}$$

即，$\begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$

记$K=\begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix}$；$L=\begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$；$C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$

由 阵的¦法， 述关系可±表述为$KC=L$.

1.3 阵的逆

$$\begin{cases} 200c_{11}+240c_{21}=600 \\ 350c_{11}+300c_{21}=870 \end{cases};\quad \begin{cases} 200c_{12}+240c_{22}=68 \\ 350c_{12}+300c_{22}=95 \end{cases}$$

即，$\begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$

记$K=\begin{pmatrix} 200 & 240 \\ 350 & 300 \end{pmatrix}$; $L=\begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$

由 阵的¦法， 述关系可±表述为$KC=L$.

问题转化为 阵方§问题：®知 阵K、L，求 阵C，使得其满足$KC=L$.

1.3 阵的逆

按照 方§的想法, 阵 可±做“ø法”, 两边同“ø±” 阵K, 则可±得到 阵C .

1.3 阵的逆

按照 方§的想法， 阵 可±做“ø法”，两边同“ø±” 阵K，则可±得到 阵C .

但，® 知道了 阵的¦法不满足消 律和交换律，即，不是所有的 阵都可±做“ø法”，自 的问题是：满足什么条件的 阵才可±做“ø法”？

1.3 阵的逆

按照 方§的想法， 阵 可±做“ø法”，两边同“ø±” 阵K，则可±得到 阵C .

但，® 知道了 阵的¦法不满足消 律和交换律，即，不是所有的 阵都可±做“ø法”，自 的问题是：满足什么条件的 阵才可±做“ø法”？

®熟知的数的运算中，ø ± ˜ 个数等于¦ 这个数的倒数，而非零数a与其倒数$\frac{1}{a}$满足$a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

1.3 阵的逆

按照 方§的想法， 阵 可±做“ø法”，两边同“ø±” 阵K，则可±得到 阵C .

但，® 知道了 阵的¦法不满足消 律和交换律，即，不是所有的 阵都可±做“ø法”，自 的问题是：满足什么条件的 阵才可±做“ø法”？

®熟知的数的运算中，ø ± ˜ 个数等于¦ 这个数的倒数，而非零数a与其倒数$\frac{1}{a}$满足$a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

而在 阵的¦法中，ü位 阵I_m 有数的运算中1 的特征，即， ¿的 阵$A \in F^{m \quad n}$，都有$I_m A = A = A I_n$.

1.3 阵的逆

按照 方§的想法， 阵 可±做“ø法”，两边同“ø±” 阵K，则可±得到 阵C .

但，® 知道了 阵的¦法不满足消 律和交换律，即，不是所有的 阵都可±做“ø法”，自 的问题是：满足什么条件的 阵才可±做“ø法”？

®熟知的数的运算中，ø ± ˜ 个数等于¦ 这个数的倒数，而非零数a与其倒数$\frac{1}{a}$满足$a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

而在 阵的¦法中，ü位 阵I_m 有数的运算中1 的特征，即， ¿的 阵$A \in F^{m \quad n}$，都有$I_m A = A = A I_n$.

自 的想法是： ¿的 阵A，能否找到 阵B，满足

$$AB = BA = I_n$$

1.3 阵的逆

定 Â 1.6

1.3 阵的逆

定 Â 1.6 设A是 ˜ 个 阵， • 在 阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 ¡ A为可逆 阵， ¡ 阵B为A逆 阵，记作$B = A^{\ 1}$.

1.3　阵的逆

定Â 1.6 设A是˜个　阵，　•在　阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则¡A为可逆　阵，¡　阵B为A逆　阵，记作$B = A^{\;1}$.

即，　阵A 可逆时，有$A^{\;1}A = AA^{\;1} = I_n$.

1.3 阵的逆

定 Â 1.6 设A是 ˜ 个 阵， • 在 阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 ¡ A为可逆 阵， ¡ 阵B为A逆 阵，记作$B = A^{\;1}$.

即， 阵A 可逆时，有$A^{\;1}A = AA^{\;1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 ¡ 为方阵.

由$AB = BA = I_n$ ± 及 ¦ 法规则， 可逆 阵只能是方阵.

1.3 阵的逆

定 Â 1.6 设A是 ˜ 个 阵， • 在 阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 ¡ A为可逆 阵， ¡ 阵B为A逆 阵，记作$B = A^{\ 1}$.

即， 阵A 可逆时，有$A^{\ 1}A = AA^{\ 1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 ¡ 为方阵.

由$AB = BA = I_n$ ± 及 ¦ 法规则，可逆 阵只能是方阵.

方阵是不是 ˜ 定可逆?

1.3 阵的逆

定Â1.6 设A是˜个 阵，•在 阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则¡A为可逆 阵，¡ 阵B为A逆 阵，记作$B = A^{1}$.

即， 阵A 可逆时，有$A^{1}A = AA^{1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵¡为方阵.

由$AB = BA = I_n$±及¦法规则，可逆 阵只能是方阵.

方阵是不是˜定可逆¡?

例 ：设$A = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$是˜个$2 \times 2$方阵，

1.3 阵的逆

定 Â 1.6 设A是 ˜ 个 阵， • 在 阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 ¡ A为可逆 阵，¡ 阵B为A逆 阵，记作$B = A^{\ 1}$.

即， 阵A 可逆时，有$A^{\ 1}A = AA^{\ 1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 ¡ 为方阵.

由$AB = BA = I_n$ ± 及 ¦ 法□1□□ ¡ 为□1 .

1.3 阵的逆

定 Â 1.6 设A是 ˜ 个 阵, • 在 阵B, 满足

$$AB = BA = I_n;$$

则 ¡ A为可逆 阵, ¡ 阵B为A逆 阵, 记作$B = A^{\ 1}$.

即, 阵A 可逆时, 有$A^{\ 1}A = AA^{\ 1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵 ¡ 为方阵.

由$AB = BA = I_n$ ± 及 ¦ 法规则, 可逆 阵只能是方阵.

方阵是不是 ˜ 定可逆?

例 : 设$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$是 ˜ 个$2 \times 2$方阵, 则 ¿ 的$2 \times 2$方阵

$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$, 都有

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

定Â 1.6 设A是˜个 阵， •在 阵B，满足

$$AB = BA = I_n;$$

则¡A为可逆 阵，¡ 阵B为A逆 阵，记作$B = A^{\ 1}$.

即， 阵A 可逆时，有$A^{\ 1}A = AA^{\ 1} = I_n$.

行数与列数相同的 阵¡为方阵.

由$AB = BA = I_n$±及¦法□□□ ¡为□1 .

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

1.3 阵的逆

显　，AC不可能是ü位　阵，即，不•在　阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所±　阵A不是可逆　阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么　的方阵才可逆？可逆　阵的逆　阵怎么求？

1.3 阵的逆

显　，AC不可能是ü位　阵，即，不•在　阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所±　阵A不是可逆　阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么　的方阵才可逆？可逆　阵的逆　阵怎么求？

(1)　　阵A可逆，则A的逆　阵唯˜；

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$AB_1 = B_1A = I;$

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$AB_1 = B_1A = I$; $AB_2 = B_2A = I$,

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$AB_1 = B_1A = I; \; AB_2 = B_2A = I$,

l而$B_1 =$

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不 • 在 阵B ，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯 ˜ ；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$AB_1 = B_1A = I;\ AB_2 = B_2A = I$，

l而$B_1 = B_1 I =$

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B ，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$AB_1 = B_1A = I$; $AB_2 = B_2A = I$,

l而$B_1 = B_1I = B_1(AB_2) =$

1.3 阵的逆

显　，AC不可能是ü位　阵，即，不•在　阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所±　阵A不是可逆　阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么　的方阵才可逆？可逆　阵的逆　阵怎么求？

(1)　　阵A可逆，则A的逆　阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是　阵A的逆　阵，即

$AB_1 = B_1A = I; \ AB_2 = B_2A = I,$

l而$B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 =$

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$AB_1 = B_1A = I; \quad AB_2 = B_2A = I,$

l而$B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 =$

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

(1) 阵A可逆，则A的逆 阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是 阵A的逆 阵，即

$$AB_1 = B_1A = I; \quad AB_2 = B_2A = I,$$

ı而$B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 = B_2$,

1.3　阵的逆

显　，AC不可能是ü位　阵，即，不•在　阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所±　阵A不是可逆　阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么　的方阵才可逆？可逆　阵的逆　阵怎么求？

(1)　　阵A可逆，则A的逆　阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是　阵A的逆　阵，即

$AB_1 = B_1A = I;\ \ AB_2 = B_2A = I$，

ι而$B_1 = B_1 I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 = B_2$，

所±　阵A的逆　阵唯˜.

1.3 阵的逆

显 ，AC不可能是ü位 阵，即，不•在 阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立. □

所± 阵A不是可逆 阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么 的方阵才可逆？可逆 阵的逆 阵怎么求？

1.3 阵的逆

显　，AC不可能是ü位　阵，即，不•在　阵B，使得$AB = BA = I_n$ ¤立.

所±　阵A不是可逆　阵.即不是所有的方阵都可逆.

问题是：什么　的方阵才可逆？可逆　阵的逆　阵怎么求？

(1)　　阵A可逆，则A的逆　阵唯˜；

假设$B_1; B_2$是　阵A的逆　阵，即

$AB_1 = B_1A = I;\ AB_2 = B_2A = I$,

l而$B_1 = B_1I = B_1(AB_2) = (B_1A)B_2 = IB_2 = B_2$,

所±　阵A的逆　阵唯˜.

(2)设A是可逆　阵，则$A^{\ 1}$•是可逆　阵，且$(A^{\ 1})^{\ 1} = A$

(3)设A是可逆　阵，k是非零数，则kA•是可逆　阵，且$(kA)^{\ 1} = \frac{1}{k}A^{\ 1}$.

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{1} = B$，只‡ 算AB 、BA 是ü位 阵.

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{1} = B$ ，只‡ 算AB 、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则 $(kA)(\frac{1}{k}A^{1}) =$

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\;1} = B$，只‡ 算AB、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)\left(\frac{1}{k}A^{\;1}\right) = \left(k\frac{1}{k}\right)(AA^{\;1}) =$$

1.3 阵的逆

证　阵A 是可逆　阵，且$A^{\ 1}=B$，只‡　算AB、BA 是ü位　阵.

由　阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{\ 1})=(k\frac{1}{k})(AA^{\ 1})=1\cdot I=(\frac{1}{k}A^{\ 1})(kA),$$

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1} = B$，只‡ 算AB 、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)(\tfrac{1}{k}A^{\ 1}) = (k\tfrac{1}{k})(AA^{\ 1}) = 1 \cdot I = (\tfrac{1}{k}A^{\ 1})(kA),$$

所±，$(kA)^{\ 1} = \frac{1}{k}A^{\ 1}$.

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1} = B$，只‡ 算AB 、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)(\tfrac{1}{k}A^{\ 1}) = (k\tfrac{1}{k})(AA^{\ 1}) = 1 \cdot I = (\tfrac{1}{k}A^{\ 1})(kA),$$

所±，$(kA)^{\ 1} = \frac{1}{k}A^{\ 1}$.

(4)设A是可逆 阵，则A^t•是可逆 阵，且$(A^t)^{\ 1} = (A^{\ 1})^t$.

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1} = B$，只‡ 算AB、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)(\frac{1}{k}A^{\ 1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{\ 1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{\ 1})(kA),$$

所±，$(kA)^{\ 1} = \frac{1}{k}A^{\ 1}$.

(4)设A是可逆 阵，则A^t•是可逆 阵，且$(A^t)^{\ 1} = (A^{\ 1})^t$.

即，A可逆，则A^t•可逆，且转置的逆等于逆的转置.

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1} = B$，只‡ 算AB、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)(\tfrac{1}{k}A^{\ 1}) = (k\tfrac{1}{k})(AA^{\ 1}) = 1 \cdot I = (\tfrac{1}{k}A^{\ 1})(kA),$$

所±，$(kA)^{\ 1} = \frac{1}{k}A^{\ 1}$.

(4)设A是可逆 阵，则A^t•是可逆 阵，且$(A^t)^{\ 1} = (A^{\ 1})^t$.

即，A可逆，则A^t•可逆，且转置的逆等于逆的转置.

(5)设A、B 是两个同 可逆 阵，则AB •是可逆 阵，且$(AB)^{\ 1} = B^{\ 1}A^{\ 1}$.

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1} = B$，只‡ 算AB 、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$(kA)(\frac{1}{k}A^{\ 1}) = (k\frac{1}{k})(AA^{\ 1}) = 1 \cdot I = (\frac{1}{k}A^{\ 1})(kA)$,

所±，$(kA)^{\ 1} = \frac{1}{k}A^{\ 1}$.

(4)设A是可逆 阵，则A^t•是可逆 阵，且$(A^t)^{\ 1} = (A^{\ 1})^t$.

即，A可逆，则A^t•可逆，且转置的逆等于逆的转置.

(5)设A 、B 是两个同 可逆 阵，则AB •是可逆 阵，且$(AB)^{\ 1} = B^{\ 1}A^{\ 1}$.

由 阵¦法的 合律，则

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1}=B$，只‡ 算AB、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$(kA)(\frac{1}{k}A^{\ 1})=(k\frac{1}{k})(AA^{\ 1})=1\cdot I=(\frac{1}{k}A^{\ 1})(kA)$,

所±，$(kA)^{\ 1}=\frac{1}{k}A^{\ 1}$.

(4)设A是可逆 阵，则A^t•是可逆 阵，且$(A^t)^{\ 1}=(A^{\ 1})^t$.

即，A可逆，则A^t•可逆，且转置的逆等于逆的转置.

(5)设A、B 是两个同 可逆 阵，则AB •是可逆 阵，且$(AB)^{\ 1}=B^{\ 1}A^{\ 1}$.

由 阵¦法的 合律，则

$(AB)(B^{\ 1}A^{\ 1})=A(BB^{\ 1})A^{\ 1}=AIA^{\ 1}=AA^{\ 1}=I$;

$(B^{\ 1}A^{\ 1})(AB)=$

1.3 阵的逆

证 阵A 是可逆 阵，且$A^{\ 1}=B$，只‡ 算AB、BA 是ü位 阵.

由 阵的¦法±及数¦运算的性质，则

$$(kA)(\tfrac{1}{k}A^{\ 1})=(k\tfrac{1}{k})(AA^{\ 1})=1\cdot I=(\tfrac{1}{k}A^{\ 1})(kA),$$

所±，$(kA)^{\ 1}=\frac{1}{k}A^{\ 1}$.

(4)设A是可逆 阵，则A^t•是可逆 阵，且$(A^t)^{\ 1}=(A^{\ 1})^t$.

即，A可逆，则A^t•可逆，且转置的逆等于逆的转置.

(5)设A、B 是两个同 可逆 阵，则AB •是可逆 阵，且$(AB)^{\ 1}=B^{\ 1}A^{\ 1}$.

由 阵¦法的 合律，则

$$(AB)(B^{\ 1}A^{\ 1})=A(BB^{\ 1})A^{\ 1}=AIA^{\ 1}=AA^{\ 1}=I;$$

$$(B^{\ 1}A^{\ 1})(AB)=B^{\ 1}(A^{\ 1}A)B=B^{\ 1}IB=B^{\ 1}B=I.$$

1.3 阵的逆

下面给 ˜ 些可逆 阵 ± 及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可 ± 直 证

1.3 阵的逆

下面给˜些可逆 阵±及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可±直 证

!

$$K^{1} = \begin{matrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{matrix}$$

1.3 阵的逆

下面给ˆ些可逆 阵±及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可±直 证

!

$$K^{\ 1} = \begin{matrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{matrix}$$

在$KC = L$的两侧同时“左¦”$K^{\ 1}$，即$K^{\ 1}(KC) = K^{\ 1}L$，得$C = K^{\ 1}L$.

1.3 阵的逆

下面给˜些可逆 阵±及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可±直 证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}$$

在$KC = L$的两侧同时“左¦”K^{-1}，即$K^{-1}(KC) = K^{-1}L$，得$C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L$$

1.3 阵的逆

下面给 ˜ 些可逆 阵 ± 及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可 ± 直 证

$$K^{\ 1} = \begin{matrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{matrix}$$

在$KC = L$的两侧同时 "左 ¦ " $K^{\ 1}$，即$K^{\ 1}(KC) = K^{\ 1}L$，得$C = K^{\ 1}L$.

$$C = K^{\ 1}L = \begin{matrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{matrix}$$

1.3 阵的逆

下面给˜ 些可逆 阵±及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可±直 证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}$$

在$KC = L$的两侧同时“左¡”K^{-1}，即$K^{-1}(KC) = K^{-1}L$，得$C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.2 & 0.1 \\ 1.5 & 0.2 \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

下面给 ˜ 些可逆 阵 ± 及 阵逆的应用例子.

在例1.4中， 阵K是可逆 阵，可 ± 直 证

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix}$$

在$KC = L$的两侧同时“左 ¦ ” K^{-1}，即$K^{-1}(KC) = K^{-1}L$，得$C = K^{-1}L$.

$$C = K^{-1}L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{80} & \frac{1}{100} \\ \frac{7}{480} & -\frac{1}{120} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 68 \\ 870 & 95 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.2 & 0.1 \\ 1.5 & 0.2 \end{pmatrix}$$

即，销往甲地的 ü 位价格为1.2， ü 位利 为0.1，销往 ¯ 地的 ü 位价格为1.5， ü 位利 为0.2.

1.3 阵的逆

例1.5 计算 证，下列 阵都是可逆 阵，且逆 阵为相应的给定 阵.

1.3 阵的逆

例1.5 计算 证，下列 阵都是可逆 阵，且逆 阵为相应的给定 阵.

(1)设K是由非零数k 所 定的$n \times n$ 数量 阵，

1.3　阵的逆

例1.5 计算　证，下列　阵都是可逆　阵，且逆　阵为相应的给定　阵.

(1)设K是由非零数k所　定的$n \times n$　数量　阵，即

$$K = \begin{pmatrix} k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

例1.5 计算 证，下列 阵都是可逆 阵，且逆 阵为相应的给定 阵.

(1)设K是由非零数k所 定的$n \times n$ 逆

1.3 阵的逆

例1.5 计算 证，下列 阵都是可逆 阵，且逆 阵为相应的给定 阵.

(1)设K是由非零数k 所 定的$n \times n$ 逆

1.3 阵的逆

特别地，ü 位 阵I是可逆 阵，且$I^{1} = I$.

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{\ 1} = I$.

(2)设$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1} = I$

(2)设$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则$P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1$，

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1}=I$

(2)设$P_1=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，则$P_1^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=P_1$，

即，$P_1^2=I_3$；

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{1}=I$

(2)设$P_1=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，则$P_1^{\,1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=P_1$，

即，$P_1^2=I_3$；

有P_1这种性质的 阵，¡为对合 阵.

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1} = I$

(2)设$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则$P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1$，

即，$P_1^2 = I_3$；

有P_1这种性质的 阵，¡为对合 阵.

即， $A^{-1} = A$，• 是$A^2 = I$，¡A是对合 阵.

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1} = I$.

(2)设$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则$P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1$，

即，$P_1^2 = I_3$；

有P_1这种性质的 阵，¡ 为对合 阵.

即，$A^{-1} = A$，• 是$A^2 = I$，¡ A是对合 阵.

下列 阵都是“对合 阵”

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1} = I$

(2)设$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则$P_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = P_1$，

即，$P_1^2 = I_3$；

有P_1这种性质的 阵，¡为对合 阵.

即，$A^{-1} = A$，• 是$A^2 = I$，¡ A是对合 阵.

下列 阵都是“对合 阵”

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1}=I$

(2)设$P_1=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，则$P_1^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=P_1$，

即，$P_1^2=I_3$；

有P_1这种性质的 阵，¡ 为对合 阵.

即，$A^{-1}=A$，• 是$A^2=I$，¡ A是对合 阵.

下列 阵都是“对合 阵”

$$P_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix};\quad P_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix};$$

1.3 阵的逆

特别地，ü位 阵I是可逆 阵，且$I^{-1}=I$

(2)设$P_1=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，则$P_1^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=P_1$，

即，$P_1^2=I_3$；

有P_1这种性质的 阵，¡为对合 阵.

即，$A^{-1}=A$，• 是$A^2=I$，¡A是对合 阵.

下列 阵都是“对合 阵”

$$P_2=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix};\ P_3=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix};\ P_4=\begin{pmatrix}0&\cdots&0&1\\0&\cdots&1&0\\\vdots&\iddots&\vdots&\vdots\\1&\cdots&0&0\end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad P_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad P_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

都是可逆 阵，且

1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&-2&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix};\quad P_6=\begin{pmatrix}1&0&0&-3\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

都是可逆 阵，且

$$P_5{}^{1}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&2&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix};$$

1.3 阵的逆

(3) 阵

$$P_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};\quad P_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

都是可逆 阵，且

$$P_5^{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};\quad P_6^{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

例1.6 设有 元 ˜ g线性方§组

$$\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ x+z=3 \end{cases}$$

1.3 阵的逆

例1.6 设有 元˜g线性方§组 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ x+z=3 \end{cases}$

我们Ú 阵

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix};\ b=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix};$$

1.3 阵的逆

例1.6 设有 元˜ g线性方§组 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ x+z=3 \end{cases}$

我们Ú 阵

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix};\ X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix};\ b=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix};$$

利用 阵的相等关系和¦法， 元˜ g线性方§组可±表¤$AX=b$，即线性方§组可±用 阵的¦法表示为

1.3 阵的逆

例1.6 设有 元˜g线性方§组 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ x+z=3 \end{cases}$

我们Ú 阵

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix};\ X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix};\ b=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix};$$

利用 阵的相等关系和¦法， 元˜g线性方§组可±表¤$AX=b$，即线性方§组可±用 阵的¦法表示为

$$\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

Ï 而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX = b$ ¤立.

1.3 阵的逆

Ï 而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX = b$ ¤立. 这里，A是可逆 阵，且利用Matlab可±计算Ñ

1.3 阵的逆

Ï 而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX = b$ ¤立. 这里，A是可逆 阵，且利用Matlab可±计算Ñ

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

Ï而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX = b$ ¤立. 这里，A是可逆 阵，且利用Matlab可±计算Ñ

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在$AX = b$的两边同时“左¦”A^{-1}，有

1.3 阵的逆

Ï而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX = b$ ¤立. 这里，A是可逆 阵，且利用Matlab可±计算Ñ

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在$AX = b$的两边同时“左¦”A^{-1}，有

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

1.3 阵的逆

Ï而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX=b$ ¤立. 这里，A是可逆 阵，且利用Matlab可±计算Ñ

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在$AX=b$的两边同时“左¦”A^{-1}，有

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

得$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$，

1.3 阵的逆

Ï 而 述线性方§组， 是‡求 阵X，使得$AX = b$ ¤立. 这里，A是可逆 阵，且利用Matlab可±计算Ñ

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在$AX = b$的两边同时“左¦”A^{-1}，有

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

得$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$，即，$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$ 是方§组的 。

[redacted]