线 代数
第三章：向量空间
习 题 解 答

宿州 院 数 与统计 院

目录

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

1.解

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

1.解 (1)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \\ -13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

1.解 (1)记

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \\ -13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}; $$

则方程组可以表示为$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 = \ .$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

1.解 (1)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \\ -13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 =$. 即

$$x_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \\ -13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(2)记

$$_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\\4\end{pmatrix};\ _2=\begin{pmatrix}1\\3\\0\\5\end{pmatrix};\ _3=\ \ _4=\begin{pmatrix}1\\1\\2\\3\end{pmatrix};\ _5=\begin{pmatrix}1\\-3\\6\\-1\end{pmatrix};\ \ =\begin{pmatrix}2\\0\\6\\4\end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(2)记

$$_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\1\\4\end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix}1\\3\\0\\5\end{pmatrix};\quad _3 = \quad _4 = \begin{pmatrix}1\\1\\2\\3\end{pmatrix};\quad _5 = \begin{pmatrix}1\\-3\\6\\-1\end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix}2\\0\\6\\4\end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 + x_4 \ _4 + x_5 \ _5 = \ .$ 即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\2\\1\\4\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}1\\3\\0\\5\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}1\\1\\2\\3\end{pmatrix} + x_4\begin{pmatrix}1\\1\\2\\3\end{pmatrix} + x_5\begin{pmatrix}1\\-3\\6\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\6\\4\end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(3)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix};\quad _2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix};\quad _3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix};\quad _4 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(3)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad _4 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 + x_4 \ _4 = \ .$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(4)记

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad {}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}; $$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(4)记

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix};\quad {}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix};\quad {}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix};\quad {}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}; $$

则方程组可以表示为$x_1\ {}_1 + x_2\ {}_2 + x_3\ {}_3 + x_4\ {}_4 = \ .$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(4)记

$$ {}_1=\begin{pmatrix}2\\-3\\-1\end{pmatrix};\quad {}_2=\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix};\quad {}_3=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix};\quad {}_4=\begin{pmatrix}5\\-4\\1\end{pmatrix};\quad =\begin{pmatrix}6\\5\\11\end{pmatrix}; $$

则方程组可以表示为$x_1 \;{}_1+x_2\;{}_2+x_3\;{}_3+x_4\;{}_4=\;$. 即

$$ x_1\begin{pmatrix}2\\-3\\-1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+x_4\begin{pmatrix}5\\-4\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\5\\11\end{pmatrix}; $$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(5)记

$$
{}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix};\quad {}_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix};\quad {}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};
$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(5)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 = \ .$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(5)记

$${}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 = \ .$ 即

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}:$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(6)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(6)记

$$ {}_1=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\1\end{pmatrix};\quad {}_2=\begin{pmatrix}-5\\-3\\12\\16\end{pmatrix};\quad {}_3=\begin{pmatrix}-2\\1\\7\\13\end{pmatrix};\quad =\begin{pmatrix}4\\7\\-5\\1\end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1\ {}_1+x_2\ {}_2+x_3\ {}_3=\ .$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(6)记

$$_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad _2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}; \quad _3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix};$$

则方程组可以表示为$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 = \ $. 即

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}:$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(7)记

$$_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix};\quad _2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix};\quad _3=\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix};\quad _4=\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix};\quad =\begin{pmatrix}-a_1\\a_2\\-a_3\\a_4\end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(7)记

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad {}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix} -a_1 \\ a_2 \\ -a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}; $$

则方程组可以表示为$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 + x_4 \ {}_4 = \ .$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(7)记

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};\quad {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\quad {}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};\quad {}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix} -a_1 \\ a_2 \\ -a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}; $$

则方程组可以表示为$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 + x_4 \ {}_4 = \ .$ 即

$$ x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 \\ a_2 \\ -a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}: $$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(8)记

$${}_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}; \quad {}_2 = \begin{pmatrix}2\\3\\a\end{pmatrix}; \quad {}_3 = \begin{pmatrix}1\\a+2\\-2\end{pmatrix}; \quad = \begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix};$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(8)记

$$ {}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix};\quad {}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a \end{pmatrix};\quad {}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ a+2 \\ -2 \end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; $$

则方程组可以表示为$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 = \quad .$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

(8)记

$$
{}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix};\quad {}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a \end{pmatrix};\quad {}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ a+2 \\ -2 \end{pmatrix};\quad = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix};
$$

则方程组可以表示为$x_1 \quad {}_1 + x_2 \quad {}_2 + x_3 \quad {}_3 = \quad .$ 即

$$
x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ a+2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}:
$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

2.解

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

2.解 以x_k表示对食物k的 求量，$k = 1; 2; 3$.依题意，则

$$x_1 \begin{pmatrix} 10 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 10 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix}:$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

2.解 以x_k表示对食物k的 求量，$k=1;2;3$.依题意，则

$$x_1\begin{pmatrix}10\\50\\30\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}20\\40\\10\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}20\\10\\40\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}100\\300\\200\end{pmatrix}:$$

方程组的系数矩阵可逆，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{22}&\frac{1}{55}&\frac{1}{55}\\\frac{17}{330}&\frac{1}{165}&-\frac{3}{110}\\\frac{7}{330}&-\frac{1}{66}&\frac{1}{55}\end{pmatrix}$,

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

2.解 以x_k表示对食物k的 求量，$k=1;2;3$.依题意，则

$$x_1\begin{pmatrix}10\\50\\30\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}20\\40\\10\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}20\\10\\40\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}100\\300\\200\end{pmatrix}:$$

方程组的系数矩阵可逆，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{22}&\frac{1}{55}&\frac{1}{55}\\\frac{17}{330}&\frac{1}{165}&-\frac{3}{110}\\\frac{7}{330}&-\frac{1}{66}&\frac{1}{55}\end{pmatrix}$，

方程组的解

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{22}&\frac{1}{55}&\frac{1}{55}\\\frac{17}{330}&\frac{1}{165}&-\frac{3}{110}\\\frac{7}{330}&-\frac{1}{66}&\frac{1}{55}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}100\\300\\200\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{50}{11}\\\frac{50}{33}\\\frac{40}{33}\end{pmatrix}.$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

3.解

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

3.解 (1)各节点未知流量满足的方程

A点：$-x_1 + x_2 + x_4 = 300$；

B点：$x_2 + x_6 = 500$；

C点：$-x_3 + x_7 = 200$；

D点：$x_4 + x_5 = 800$；

E点：$x_5 + x_6 = 800$；

F点：$x_7 + x_8 = 1000$；

G点：$x_9 = 400$；

H点：$-x_9 + x_{10} = 200$；

J点：$x_{10} = 600$；

(2)用数组向量表示为

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

$$x_1\begin{pmatrix}-1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\0\\-1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_4\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_5\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\\1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_6\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}+$$

习题3.1($P_{111} - P_{112}$)

$$x_7\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\\0\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_8\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_9\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\\-1\\0\end{pmatrix}+x_{10}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}300\\500\\200\\800\\800\\1000\\200\\600\end{pmatrix}$$

习题3.1($P_{111}-P_{112}$)

(3)未知流量为

$$\begin{cases} x_1 &= 200 \\ x_2 &= 500 - x_6 \\ x_3 &= 800 - x_8 \\ x_4 &= x_6 \\ x_5 &= 800 - x_6 \\ x_7 &= 1000 - x_8 \\ x_9 &= 400 \\ x_{10} &= 600 \end{cases}$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

1.证明

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的 质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的　质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 $_1$; $_2$是　的负元，则

$$\quad + \quad {}_1 = \quad {}_2 + \quad = 0;$$

从而

$${}_1 =$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的 质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 $_1;$ $_2$是 的负元，则

$$+ \quad _1 = \quad _2 + \quad = 0;$$

从而

$$_1 = 0 + \quad _1 =$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的 质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 $_1;$ $_2$是 的负元，则

$$+ \ _1 = \ _2 + \ = 0;$$

从而

$$_1 = 0 + \ _1 = (\ _2 + \ ) + \ _1 =$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1;O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的 质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1=O_1+O_2=O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 $_1;$ $_2$是 的负元，则

$$+\ _1=\ _2+\ =0;$$

从而

$$_1=0+\ _1=(\ _2+\ )+\ _1=\ _2+(\ +\ _1)=$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的　质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 ${}_1;$ ${}_2$是　的负元，则

$$\quad + {}_1 = {}_2 + \quad = 0;$$

从而

$${}_1 = 0 + {}_1 = ({}_2 + \quad) + {}_1 = {}_2 + (\quad + {}_1) = {}_2 + 0 =$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的 质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 $_1;$ $_2$是 的负元，则

$$+ {}_1 = {}_2 + \quad = 0;$$

从而

$${}_1 = 0 + {}_1 = ({}_2 + \quad) + {}_1 = {}_2 + (\quad + {}_1) = {}_2 + 0 = {}_2;$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

1.证明 (1)假设$O_1; O_2$是向量空间中的两个零向量，由零向量的　质，与任何向量的和都是任何向量自己，则

$$O_1 = O_1 + O_2 = O_2;$$

即零向量唯一.

(2)设 ${}_1;\ {}_2$是　的负元，则

$$+ \ {}_1 = \ {}_2 + \quad = 0;$$

从而

$${}_1 = 0 + \ {}_1 = (\ {}_2 + \quad) + \ {}_1 = \ {}_2 + (\quad + \ {}_1) = \ {}_2 + 0 = \ {}_2;$$

所以　的负元唯一.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0=$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) =$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) = k0 + k0;$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0=k(0+0)=k0+k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0+(-k0)=k0+k0+(-k0);$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) = k0 + k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0 + (-k0) = k0 + k0 + (-k0); \; k0 = 0:$$

(4)因为

$k($ k

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) = k0 + k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0 + (-k0) = k0 + k0 + (-k0);\ k0 = 0;$$

(4)因为

$$k(\quad - \quad) = k(\quad + (-\quad)) = k\quad + k(-\quad);$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) = k0 + k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0 + (-k0) = k0 + k0 + (-k0);\ k0 = 0;$$

(4)因为

$$k(\quad - \quad) = k(\quad + (- \quad)) = k \quad + k(- \quad);$$

而

$$k \quad + k(- \quad) =$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0=k(0+0)=k0+k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0+(-k0)=k0+k0+(-k0);\ k0=0:$$

(4)因为

$$k(\quad-\quad)=k(\quad+(-\quad))=k\quad+k(-\quad);$$

而

$$k\quad+k(-\quad)=k[\quad+(-\quad)]=$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0=k(0+0)=k0+k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0+(-k0)=k0+k0+(-k0);\ k0=0:$$

(4)因为

$$k(\quad-\quad)=k(\quad+(-\quad))=k\quad+k(-\quad);$$

而

$$k\quad+k(-\quad)=k[\quad+(-\quad)]=k0=0;$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) = k0 + k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0 + (-k0) = k0 + k0 + (-k0);\ k0 = 0:$$

(4)因为

$$k(\quad - \quad) = k(\quad + (-\quad)) = k\quad + k(-\quad);$$

而

$$k\quad + k(-\quad) = k[\quad + (-\quad)] = k0 = 0; k(-\quad) = -k\quad;$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0 = k(0+0) = k0 + k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0 + (-k0) = k0 + k0 + (-k0); \; k0 = 0;$$

(4)因为

$$k(\quad - \quad) = k(\quad + (- \quad)) = k \quad + k(- \quad);$$

而

$$k \quad + k(- \quad) = k[\quad + (- \quad)] = k0 = 0; k(- \quad) = -k \quad ;$$

所以$k(\quad - \quad) = k \quad + k(- \quad) =$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)因为

$$k0=k(0+0)=k0+k0;$$

两边同时加上$k0$的负向量，则

$$k0+(-k0)=k0+k0+(-k0);\ k0=0:$$

(4)因为

$$k(\quad-\quad)=k(\quad+(-\quad))=k\quad+k(-\quad);$$

而

$$k\quad+k(-\quad)=k[\quad+(-\quad)]=k0=0;k(-\quad)=-k\quad;$$

所以$k(\quad-\quad)=k\quad+k(-\quad)=k\quad-k\quad.$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

2.解

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

2.解

$$1 - \quad 2 =$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

2.解

$$ {}_1 - {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = $$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

2.解

$$ {}_1 - {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; $$

$$ 3 \; {}_1 + 2 \; {}_2 - {}_3 = $$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

2.解

$$ {}_1 - \quad {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; $$

$$ 3 \quad {}_1 + 2 \quad {}_2 - \quad {}_3 = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = $$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

2.解

$$ {}_1 - {}_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}; $$

$$ 3\ {}_1 + 2\ {}_2 - {}_3 = 3\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}. $$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

2.解

$$ {}_1 - {}_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}; $$

$$ 3 \ {}_1 + 2 \ {}_2 - \ {}_3 = 3\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}. $$

3.解

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

2.解

$$ {}_1 - {}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; $$

$$ 3 \ {}_1 + 2 \ {}_2 - \ {}_3 = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}. $$

3.解 (1) $= \quad - \quad =$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

2.解

$$_1 - \quad _2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};$$

$$3 \quad _1 + 2 \quad _2 - \quad _3 = 3\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}.$$

3.解 (1) $= \quad - \quad = \begin{pmatrix}-1\\4\\3\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\3\\5\\7\end{pmatrix} = 1$

4

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

2.解

$$_1 - \ _2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix};$$

$$3\ _1 + 2\ _2 - \ _3 = 3\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}:$$

3.解 (1) $= \ - \ = \begin{pmatrix}-1\\4\\3\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\3\\5\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\1\\-2\\-7\end{pmatrix};$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2) $=\frac{1}{2}(3 \quad - \quad)=$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2) $= \frac{1}{2}(3 \quad - \quad) = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -3 \\ \frac{9}{2} \\ \frac{21}{2} \end{pmatrix}$;

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2) $=\frac{1}{2}(3\quad-\quad)=\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-3\\\frac{9}{2}\\\frac{21}{2}\end{pmatrix}$;

4.解

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2) $= \frac{1}{2}(3 \quad - \quad) = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -3 \\ \frac{9}{2} \\ \frac{21}{2} \end{pmatrix}$;

4.解 因为$3(\ _1 - \ ) + 2(\ _2 + \ ) = 5(\ _3 + \ )$，所以

$$= \frac{1}{6}(3\ _1 + 2\ _2 - 5\ _3) =$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2) $=\frac{1}{2}(3\quad - \quad) = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -3 \\ \frac{9}{2} \\ \frac{21}{2} \end{pmatrix}$;

4.解 因为$3(\ _1 - \ ) + 2(\ _2 + \ ) = 5(\ _3 + \ )$，所以

$$= \frac{1}{6}(3\ _1 + 2\ _2 - 5\ _3) = \frac{1}{6}[3\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}] =$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2) $=\frac{1}{2}(3\quad-\quad)=\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-3\\\frac{9}{2}\\\frac{21}{2}\end{pmatrix};$

4.解 因为$3(\ _1-\ )+2(\ _2+\ )=5(\ _3+\ )$，所以

$$=\frac{1}{6}(3\ _1+2\ _2-5\ _3)=\frac{1}{6}[3\begin{pmatrix}2\\5\\1\\3\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}10\\1\\5\\10\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}4\\1\\-1\\1\end{pmatrix}]=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

5.解

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

5.解 (1)设$x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + x_3 \quad _3 =$ ，即

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

5.解 (1)设$x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + x_3 \quad _3 =$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\\-6\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

5.解 (1)设$x_1\quad_1+x_2\quad_2+x_3\quad_3=$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\\-6\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&3\\0&1&-1&5\\1&1&-1&-6\end{pmatrix}$,

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

5.解 (1)设$x_1\ \ _1+x_2\ \ _2+x_3\ \ _3=\ $，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\\-6\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&3\\0&1&-1&5\\1&1&-1&-6\end{pmatrix}$,

对增广矩阵实施初等 变换，化为规范阶梯

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&-11\\0&1&0&14\\0&0&1&9\end{pmatrix},$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

5.解 (1)设$x_1 \quad {}_1 + x_2 \quad {}_2 + x_3 \quad {}_3 = \quad$，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\\-6\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&3\\0&1&-1&5\\1&1&-1&-6\end{pmatrix}$，

对增广矩阵实施初等 变换，化为规范阶梯

$$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&-11\\0&1&0&14\\0&0&1&9\end{pmatrix},$$

所以 $\quad = (-11) \quad {}_1 + 14 \quad {}_2 + 9 \quad {}_3.$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2)设$x_1 "_1 + x_2 "_2 + x_3 "_3 + x_4 "_4 =$ ，即

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

(2)设$x_1{''}_1 + x_2{''}_2 + x_3{''}_3 + x_4{''}_4 =$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}+x_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\\1\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2)设$x_1{''}_1+x_2{''}_2+x_3{''}_3+x_4{''}_4=$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}+x_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\\1\end{pmatrix};$$

即

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\\1\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(2)设$x_1{''}_1+x_2{''}_2+x_3{''}_3+x_4{''}_4=\quad$，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}+x_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\\1\end{pmatrix};$$

即

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\5\\1\end{pmatrix};$$

所以 $\quad=2{''}_1+(-1){''}_2+5{''}_3+{''}_4.$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

6.证明

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

6.证明 因为

$$a_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\\0\end{pmatrix}+a_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\\0\end{pmatrix}+\cdots+a_{n-1}\begin{pmatrix}0\\0\\\vdots\\1\\0\end{pmatrix}+a_n\begin{pmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_{n-1}\\a_n\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

6.证明 因为

$$a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \cdots + a_{n-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{pmatrix};$$

所以任意向量 都可以由$"_1; "_2; :::; "_n$线 表出.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

6.证明 因为

$$a_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\\0\end{pmatrix}+a_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\\0\end{pmatrix}+\cdots+a_{n-1}\begin{pmatrix}0\\0\\\vdots\\1\\0\end{pmatrix}+a_n\begin{pmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_{n-1}\\a_n\end{pmatrix};$$

所以任意向量 都可以由$''_1;''_2;\cdots;''_n$线 表出. 而由

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\\vdots\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0\\1\\\vdots\\0\end{pmatrix}+\cdots+x_n\begin{pmatrix}0\\0\\\vdots\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{pmatrix};$$

所以表示法唯一，且 $=a_1''_1+a_2''_2+\cdots+a_n''_n.$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

7.解

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

7.解 (1)设$x_1 \quad {}_1+x_2 \quad {}_2+x_3 \quad {}_3=$ ，即

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

7.解 (1)设$x_1 \quad {}_1 + x_2 \quad {}_2 + x_3 \quad {}_3 = \quad$ ，即

$$x_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -1 \\ -25 \end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

7.解 (1)设$x_1\ _1+x_2\ _2+x_3\ _3=$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\-5\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\0\\7\\-3\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}-4\\1\\-2\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\3\\-1\\-25\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵$\overline{A}=\begin{pmatrix}-1&2&-4&8\\3&0&1&3\\0&7&-2&-1\\-5&-3&6&-25\end{pmatrix}$，

且$\overline{A}\xrightarrow{\text{初等　变换}}\begin{pmatrix}1&0&0&2\\0&1&0&-1\\0&0&1&-3\\0&0&0&0\end{pmatrix}$，

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

所以 $\quad = 2 \quad {}_1 + (-1) \quad {}_2 + (-3) \quad {}_3.$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

所以 $\quad = 2 \quad_1 + (-1) \quad_2 + (-3) \quad_3.$

(2)设$x_1 \quad_1 + x_2 \quad_2 + x_3 \quad_3 = \quad$，即

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

所以 $\quad = 2 \ {}_1 + (-1) \ {}_2 + (-3) \ {}_3.$

(2)设$x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3 = \quad$，即

$$x_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 7 \\ -10 \end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

所以 $\quad = 2 \quad_1 + (-1) \quad_2 + (-3) \quad_3.$

(2)设$x_1 \quad_1 + x_2 \quad_2 + x_3 \quad_3 = \quad$，即

$$x_1\begin{pmatrix}-2\\7\\1\\3\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}3\\-5\\0\\-2\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}-5\\-6\\3\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\-3\\7\\-10\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A}=\left(\begin{matrix}-2 & 3 & -5 & - & - & & -\Rightarrow\\ \\ \\ \end{matrix}\right.$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

所以 $\quad = 2 \quad _1 + (-1) \quad _2 + (-3) \quad _3.$

(2)设$x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + x_3 \quad _3 = \quad$，即

$$x_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ 7 \\ -10 \end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A} = \left(\begin{matrix} -2 & 3 & -5 & - & - & -\Rightarrow \end{matrix} \right.$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

所以 $\quad = 2 \quad _1 + (-1) \quad _2 + (-3) \quad _3.$

(2)设$x_1 \quad _1 + x_2 \quad _2 + x_3 \quad _3 =$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}-2\\7\\1\\3\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}3\\-5\\0\\-2\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}-5\\-6\\3\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\-3\\7\\-10\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}-2 & 3 & -5 & - & - & & -\Rightarrow\\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix}$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

所以 $\ = 2\ {}_1 + (-1)\ {}_2 + (-3)\ {}_3.$

(2)设$x_1\ {}_1 + x_2\ {}_2 + x_3\ {}_3 = \ $ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}-2\\7\\1\\3\end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix}3\\-5\\0\\-2\end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix}-5\\-6\\3\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8\\-3\\7\\-10\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix}-2 & 3 & -5 & -8\\7 & -5 & -6 & -3\\1 & 0 & 3 & 7\\3 & -2 & -1 & -10\end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等 变换}} \begin{pmatrix}1 & 0 & 3 & 7\\0 & 1 & -9 & -25\\0 & 0 & 82 & 177\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

最后一列有主元，对应的方程组无解.向量 不能由向量组

${}_1;\ \ {}_2;\ \ {}_3$线 表出.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)设$x_1\ \ _1+x_2\ \ _2+x_3\ \ _3=\ \ $，即

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)设$x_1\ {}_1+x_2\ {}_2+x_3\ {}_3=\ $，即

$$x_1\begin{pmatrix}3\\-5\\2\\-4\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-1\\7\\-3\\6\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}3\\11\\-5\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-30\\13\\-26\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)设$x_1 \quad {}_1+x_2 \quad {}_2+x_3 \quad {}_3=$ ，即

$$x_1\begin{pmatrix}3\\-5\\2\\-4\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-1\\7\\-3\\6\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}3\\11\\-5\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-30\\13\\-26\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}3&-1&3&2\\-5&7&11&-30\\2&-3&-5&13\\-4&6&10&-26\end{pmatrix}$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)设$x_1\quad{}_1+x_2\quad{}_2+x_3\quad{}_3=\quad$，即

$$x_1\begin{pmatrix}3\\-5\\2\\-4\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-1\\7\\-3\\6\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}3\\11\\-5\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-30\\13\\-26\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}3&-1&3&2\\-5&7&11&-30\\2&-3&-5&13\\-4&6&10&-26\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等\quad 变换}}\begin{pmatrix}1&0&2&-1\\0&1&3&-5\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

(3)设$x_1 \quad {}_1 + x_2 \quad {}_2 + x_3 \quad {}_3 = \quad$，即

$$x_1\begin{pmatrix}3\\-5\\2\\-4\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-1\\7\\-3\\6\end{pmatrix}+x_3\left(\begin{matrix}3\\ \\ \\ \end{matrix}\right.$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

(3)设$x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3 = \ $，即

$$x_1\begin{pmatrix}3\\-5\\2\\-4\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-1\\7\\-3\\6\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}3\\11\\-5\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-30\\13\\-26\end{pmatrix};$$

相应方程组对应的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}3&-1&3&2\\-5&7&11&-30\\2&-3&-5&13\\-4&6&10&-26\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&0&2&-1\\0&1&3&-5\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix};$$

对应的方程组中，x_3是自由未知量，所以 有无穷多种由 $_1$; $_2$; $_3$的表示方式.

即 $\ = (-1-2x_3)\ _1 + (-5-3x_3)\ _2 + x_3\ _3$，其中$x_3$是任意数.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

8.解

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

8.解 因为 可以由 $_1$; $_2$线 表出，所以可设

$$= x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2,$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

8.解 因为 可以由 $_1$; $_2$线 表出，所以可设

$$= x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2，即 x_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 3 \end{pmatrix} 有解，$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

8.解 因为 可以由 $_1$; $_2$线 表出，所以可设 $= x_1 \ _1 + x_2 \ _2$，即$x_1\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\a\\3\end{pmatrix}$有解，相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}2 & -3 & 1\\1 & 2 & a\\0 & 1 & 3\end{pmatrix}$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

8.解 因为 可以由 $_1$; $_2$线 表出，所以可设

$= x_1 \ _1 + x_2 \ _2$，即$x_1\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\a\\3\end{pmatrix}$有解，相应方

程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}2&-3&1\\1&2&a\\0&1&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&2&a\\0&1&3\\0&0&22-2a\end{pmatrix}$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

8.解 因为 可以由 $_1$; $_2$线 表出，所以可设

$= x_1 \ _1 + x_2 \ _2$，即$x_1\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\a\\3\end{pmatrix}$有解，相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}2&-3&1\\1&2&a\\0&1&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&2&a\\0&1&3\\0&0&22-2a\end{pmatrix}$$

相应方程组有解的充要条件是$22-2a=0$; $a=11$.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

8.解 因为 可以由 $_1;\ _2$线 表出，所以可设

$= x_1\ _1 + x_2\ _2$，即$x_1\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\a\\3\end{pmatrix}$有解，相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}2&-3&1\\1&2&a\\0&1&3\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&2&a\\0&1&3\\0&0&22-2a\end{pmatrix}$$

相应方程组有解的充要条件是$22-2a=0;\ a=11.$

所以$a=11.$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

9.解

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

9.解 设 $= x_1 \;{}_1 + x_2 \;{}_2 + x_3 \;{}_3$，即

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ b \\ 4 \end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

9.解 设 $\quad = x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3$，即

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ b \\ 4 \end{pmatrix};$$

相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & b \\ 2 & 3 & a & 4 \end{pmatrix}$$

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

9.解 设 $\quad = x_1 \ {}_1 + x_2 \ {}_2 + x_3 \ {}_3$，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\4\\0\\2\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\7\\1\\3\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\10\\b\\4\end{pmatrix};$$

相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&2&0&3\\4&7&1&10\\0&1&-1&b\\2&3&a&4\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&2&0&3\\0&1&-1&2\\0&0&a-1&0\\0&0&0&b-2\end{pmatrix};$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

9.解 设 $\quad = x_1 \quad {}_1 + x_2 \quad {}_2 + x_3 \quad {}_3$，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\4\\0\\2\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\7\\1\\3\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\10\\b\\4\end{pmatrix};$$

相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & 3\\ 4 & 7 & 1 & 10\\ 0 & 1 & -1 & b\\ 2 & 3 & & \end{pmatrix}$$

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

9.解 设 $\ = x_1 \ _1 + x_2 \ _2 + x_3 \ _3$，即

$$x_1\begin{pmatrix}1\\4\\0\\2\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}2\\7\\1\\3\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\10\\b\\4\end{pmatrix};$$

相应方程组的增广矩阵

$$\overline{A}=\begin{pmatrix}1&2&0&3\\4&7&1&10\\0&1&-1&b\\2&3&a&4\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{初等 变换}}\begin{pmatrix}1&2&0&3\\0&1&-1&2\\0&0&a-1&0\\0&0&0&b-2\end{pmatrix};$$

(1)$b-2\neq 0$，即$b\neq 2$时，相应的方程组无解， 不可以由 $_1$; $_2$; $_3$线 表出;

(2)$b-2=0$，即$b=2$时，相应的方程组有解， 可以由 $_1$; $_2$; $_3$线 表出.

习题3.2($P_{113} - P_{115}$)

在$b = 2$且$a \neq 1$时，相应方程组有唯一解，即 可以由 $_1$; $_2$; $_3$唯一的线 表出.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

在$b=2$且$a\neq 1$时，相应方程组有唯一解，即 可以由 ${}_1$; ${}_2$; ${}_3$唯一的线 表出.

这时， $=(-1)\ {}_1+2\ {}_2+0\ {}_3$；

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

在$b=2$且$a\neq 1$时，相应方程组有唯一解，即 可以由 ${}_1$; ${}_2$; ${}_3$唯一的线 表出.

这时， $=(-1)\ {}_1+2\ {}_2+0\ {}_3$;

在$b=2$且$a=1$时，相应方程组有无穷多解，即 可以由 ${}_1$; ${}_2$; ${}_3$无穷多种线 表出方式.

习题3.2($P_{113}-P_{115}$)

在$b=2$且$a\neq 1$时，相应方程组有唯一解，即 可以由 $_1$; $_2$; $_3$唯一的线 表出.

这时， $=(-1)\ _1+2\ _2+0\ _3$；

在$b=2$且$a=1$时，相应方程组有无穷多解，即 可以由 $_1$; $_2$; $_3$无穷多种线 表出方式.

这时， $=(-1-2x_3)\ _1+(2+x_3)\ _2+x_3\ _3$，其中$x_3$是任意数.

Thank you!

Author: Ning Qun
Address: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
Email: Ning.qun@163.com